

目	第一章	P1-3
	第二章	P4-9
	第三章	P10-20
	第四章	P21-35
	第五章	P36-45
	第六章	P46-55
	第七章	P56-64
	第八章	P65-74
	第十章	P75-

电物理 第一章 基础性问题

① 楞次定律：当穿过导体回路的磁通量发生变化时，回路产生感应电流，产生的电流阻碍原磁通的变化，右手螺旋定则。

② 电流：传导电流：在金属或电解质中自由电荷在电场力作用下的定向移动。

运流电流：真空细管等非闭合导体回路中自由电子的定向移动。

位移电流：电介质中由于被束缚的正负电荷的位移形成电偶极子而产生的电流。

(后两种往往发生在元件内部，在电路不予考虑)

定义：单位时间内通过横截面的电荷量称电流 $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt}$

规定：正电荷的运动方向为电流的参考方向。规定：直流电流 DC，交流电流 AC (量值随时间周期性变化，且平均值为 0 的电流为 AC)

③ 国际单位制(SI)：七个基本单位

长度 m 热力学温度 K

质量 kg 物质的量 mol

时间 s 发光强度 cd

电流 A

辅助单位 $1 \text{ kA} = 10^3 \text{ A}$ $1 \text{ mA} = 10^{-3} \text{ A}$ $1 \text{ nA} = 10^{-9} \text{ A}$ $1 \text{ pA} = 10^{-12} \text{ A}$

④ 电场强度：使用单位正电荷受到的作用描述电场的强弱和方向。 $E = \frac{dF}{dq}$

静电场：静电场，恒定电场，准静态场。静电场内闭合回路做功 $\oint_C E \cdot dl = 0$

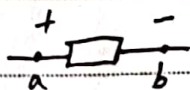
非静电场：感生电场，局外电场(如电池内部) 闭合回路做功不为 0。

⑤ 电场做功 ΔA ：总电场做的功等于总电场强度 E 沿曲线 l 的线积分再与 Δq 的乘积

$$\Delta A = \Delta q \int_a^b E \cdot dl = \Delta q U_{ab}$$

ΔA 单位：焦耳 J

⑥ 电压方向



节点电压用 U_{ab} , U_{ba} 表示。

注：对电压



U_{ab} 表示从 a 到 b

对电阻

即电流方向

⑦ 电容

：可由两块电介质绝缘的导体表示

$$q = CU$$

单位 F 法拉

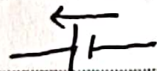
电感

：导线密绕缠绕形成的线圈绕组

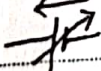
$$\phi = Li$$

单位 Wb 韦伯

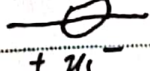
独立电压源



U_s
直流电压源



交流电压源



I_s
通用电流源



交流电压源

受控电源

：元件端口电压或电流受另一端口电压或电流控制。(不属于独立源)

⑧ 实际电路的科学抽象

1) 理想化电器元件, 器件建模

2) 理想化导线建模 分参数模型, 集参数模型.

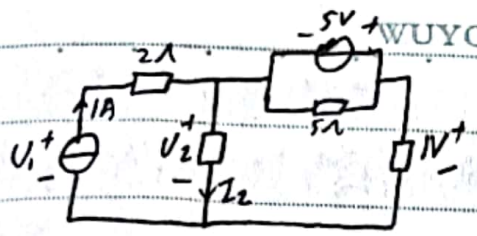
⑨ 基尔霍夫电流定律 : 又称电流连续性定律 $\sum i_k = 0$ 简称 KCL

$$\sum_{k \in \lambda} i_k = \sum_{k \in \mu} i_k$$

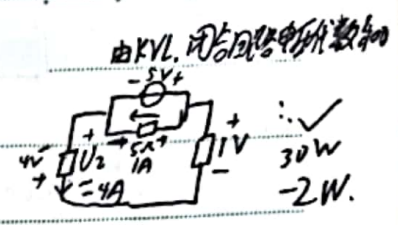
基尔霍夫电压定律 : 在集参数电路中, 任意时刻, 沿闭合回路各电压代数和为 0. $\sum u_k = 0$

(电流源视为断路, 电压源视为通路)

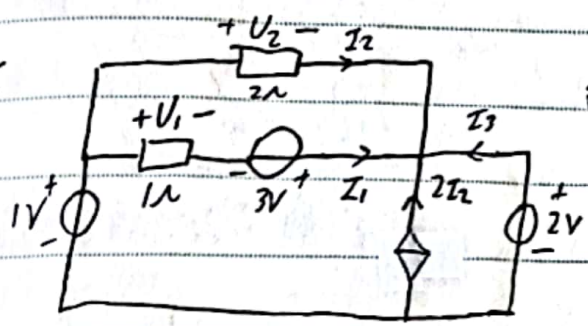
例 1-4



求电压源, 电流源提供的功率。



例 1-5



求3V电压源发出功率。

注: 若 $I_2 = -0.5A$
 A) $2I_2 = -1A$ (带负号)

6W.

对外直流电路 电容开路, 电感短路

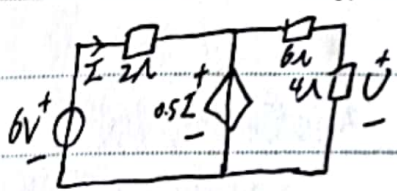
习题 1-3

$$i = C \frac{du}{dt}$$

$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} L i^2$$

1-16



求 U 0.48V

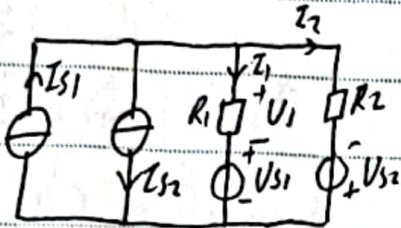
注 0.5I 是受控电压源

$$(2+2.5)I = 6V \quad I = 2.4A$$

电路理论 第二章 线性直流电路

① 线性直流电路中电感视为短路, 电容视为开路

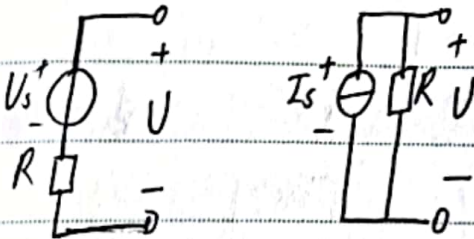
② 双节点电路



$$\frac{U_1 - U_{S1}}{R_1} + \frac{U_1 + U_{S2}}{R_2} + I_{S2} = I_{S1}$$

令上节点电位 U_1 , 下节点电位为 0

③ 戴维南等效电路与诺顿等效电路

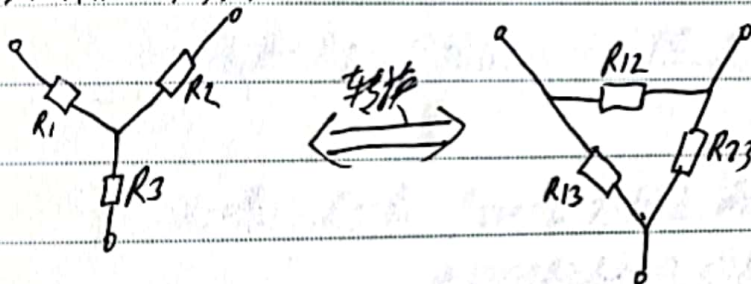


戴维南 恒压稳压电源模型

诺顿 恒流稳压电源模型

当 R 相同, 可以相互替换

④ 桥且的星形联结与三角形联结



$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_{31} = \frac{R_3 R_1}{R_1 + R_2 + R_3}$$

$$R_1 = \frac{R_{12} R_{13}}{R_{23}}$$

$$R_2 = \frac{R_{23} R_{12}}{R_{31}}$$

$$R_3 = \frac{R_{31} R_{23}}{R_{12}}$$

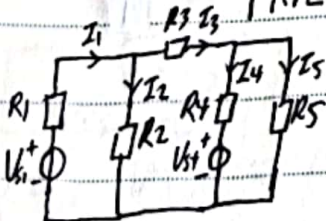
当对称的三个相等的电阻则 $R_Y = \frac{1}{3} R_\Delta$

⑤ 支路电流法: 分别列写 KCL: 找出节点, 列写 KCL

若 b 条支路, n 节点, 则列写 $(n-1)$ 个 KCL

KVL: 对回路网孔进行 KVL

列写 $b-(n-1)$ 个 KVL



$$KCL: \begin{cases} I_1 = I_2 + I_3 \\ I_3 = I_4 + I_5 \end{cases}$$

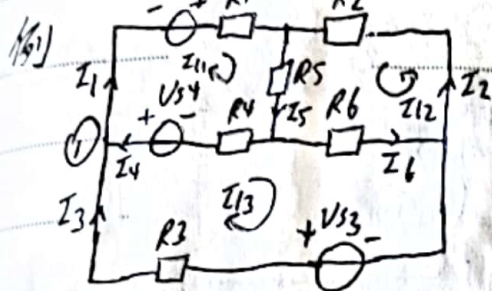
$$KVL: \begin{cases} U_{S1} = I_1 R_1 + I_2 R_2 \\ U_{S4} + I_4 R_4 + I_3 R_3 = I_2 R_2 \\ U_{S4} + I_4 R_4 = I_5 R_5 \end{cases}$$

(支路即节点之间的线路)

改进的支路电流法: 当电路中出现电流源时的方法。 (对电流源设电压为 U , 该支路电流为 I_S 已知)

① 回路电流法：使用回路电流，只需列写KVL方程即可，每个回路设置一个回路电流，各支路电流使用回路电流表示。

只需列 $b-(n-1)$ 个KVL方程即可



$$① \quad I_1 = I_{L1} \quad I_2 = I_{L2} \quad I_3 = I_{L3}$$

$$I_4 = I_1 - I_3 \quad I_5 = I_1 + I_2 \quad I_6 = I_2 + I_3$$

$$② \text{ KVL: } \begin{cases} V_1 + V_4 = I_1 R_1 + (I_1 + I_2) R_5 + (I_1 - I_3) R_4 \\ I_2 R_2 + (I_2 + I_1) R_5 + (I_2 + I_3) R_6 = 0 \\ V_4 + (I_3 - I_1) R_4 + (I_2 + I_3) R_6 + I_3 R_3 = V_3 \end{cases}$$

附方法列写回路电流 ① 回路电流代替支路电流列写KVL 如上述

② 利用公式

$$\begin{cases} R_{11} I_1 + R_{12} I_2 + R_{13} I_3 = \sum V_1 \\ R_{21} I_1 + R_{22} I_2 + R_{23} I_3 = \sum V_2 \\ R_{31} I_1 + R_{32} I_2 + R_{33} I_3 = \sum V_3 \end{cases}$$

R_{11}, R_{22}, R_{33} 为回路1, 2, 3的自阻，即回路中阻之和

$$\begin{aligned} R_{11} &= R_1 + R_4 + R_5 \\ R_{22} &= R_2 + R_5 + R_6 \\ R_{33} &= R_4 + R_3 + R_6 \end{aligned}$$

$R_{12}=R_{21}, R_{13}=R_{31}, R_{23}=R_{32}$ 为互阻，两回路公共阻

当两回路方向相同，则为正，否则为负

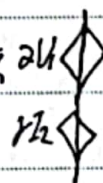
$$\begin{aligned} R_{12} &= R_{21} = R_5 \\ R_{13} &= R_{31} = -R_4 \\ R_{23} &= R_{32} = R_6 \end{aligned}$$

$\sum V_i$ 为回路的电压和，电压方向与回路电流方向相同时，相减为负。

特殊 ① 当包含受控电压源时，方法

1) 正常列写回路电流

2) 把受控电压源用回路电流表示



$$u_1 = -R_1 I_1$$

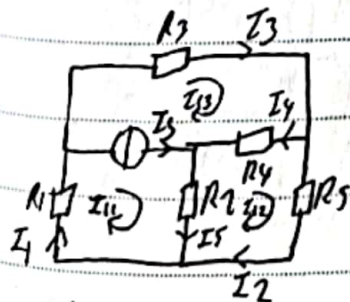
$$I_2 = I_1 - I_{L2}$$

代入上式

② 当包含电流源时

把电流源电压设为 U

把电流源电压用回路电流表示



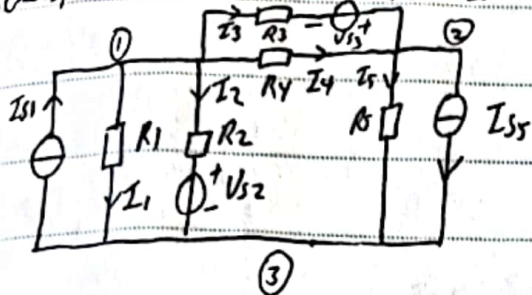
$$① \quad I_1 = I_{L1} \quad I_2 = I_{L2} \quad I_3 = I_{L3}$$

$$I_4 = I_3 - I_2 \quad I_5 = I_1 - I_2$$

$$② \text{ KVL: } \begin{cases} R_1 I_1 + R_2 (I_1 - I_2) - U = 0 \\ R_2 (I_1 - I_2) + (I_3 - I_2) R_4 - I_2 R_5 = 0 \\ R_3 I_3 - R_4 (I_1 - I_3) + U = 0 \end{cases}$$

$$\text{补充} \quad I_1 - I_3 = I_5$$

通过节点的电压列写KVL



令节点1为 V_{n1} , 节点2为 V_{n2} , 节点3为参考点.

$$\text{R.V. KVL: } \begin{cases} \frac{V_{n1}}{R_1} + \frac{V_{n1} - V_{n2}}{R_2} + \frac{V_{n1} - V_{n2} + V_{n3}}{R_3} + \frac{V_{n1} - V_{n2}}{R_4} = I_{S1} \\ \frac{V_{n2} - V_{n1}}{R_4} + \frac{V_{n2} - V_{n1} - V_{n3}}{R_3} + \frac{V_{n2}}{R_5} + I_{S5} = 0 \end{cases}$$

两种方法写电压: ①如上图, 观察法列写KVL

② 利用公式

$$G_{11}U_{n1} + G_{12}U_{n2} = \sum \text{流入流出节点的电流代数和}$$

$$G_{21}U_1 + G_{22}U_2 = \sum \text{节点2流入流出带电源的电流代数}$$

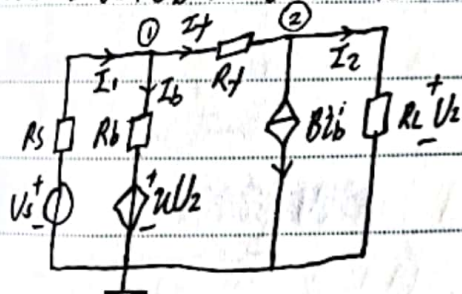
(流入-流出)

G_{11}, G_{22} 为节点①、②的舒 即与节点①相连的所有电阻倒数和 $G_{11} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$

G_{12}, G_{21} 为节点①②之间的互导 即节点①②之间相连的电阻的倒数之和 $G_{12}=G_{21} = -(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4})$

特殊: 当某条支路包含电流源和电阻时则电阻不计入公式。

特别提示:当电路中含有受控电源时不可直接使用公式,通过节点电压列写KVL如①



$$I_b = \frac{V_{a1} - nV_2}{R_b}$$

对热列SKL方程

$$-I_1 + I_b + I_f = \frac{V_{n1} - V_s}{R_s} + \frac{V_{n1} - V_{b2}}{R_b} + \frac{V_{n1} - V_{n2}}{R_f} = 0$$

$$-I_f + 8I_b + I_2 = \frac{V_{n1} - V_{n1}}{R_f} + \frac{8(V_{n1} - v_b)}{R_b} + \frac{V_{n2}}{R_L} = 0$$

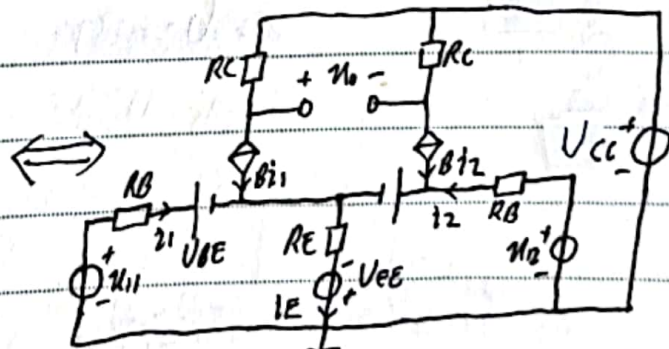
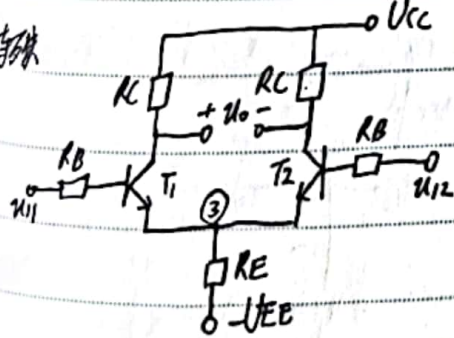
$$V_2 = V_{12}$$

替理

$$\left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}\right)V_{n1} - \left(\frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_7}\right)V_{n2} = \frac{V_s}{R_5}$$

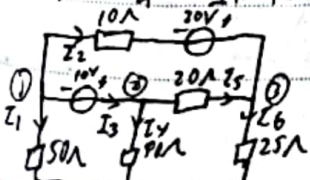
$$\left(-\frac{1}{R_A} + \frac{R}{R_B}\right)U_{n1} + \left(\frac{1}{R_A} - \frac{R}{R_B} + \frac{1}{R_L}\right)U_{n2} = 0$$

特殊



改进的节点电压法

改进的节点电压法：当两节点间仅有电压源无电阻时，把该支路假设为一个电流 I ，列写KCL，且对于该支路，假设电压为 U 。

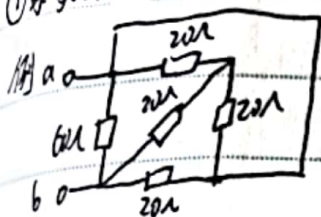


令节点之间为互列节点

$$\begin{cases} I_1 + I_3 + I_2 = 0 \\ -I_3 + I_4 + I_5 = 0 \\ I_2 + I_5 - I_6 = 0 \\ U_{n2} - U_{n1} = 10V \end{cases}$$

例2 =

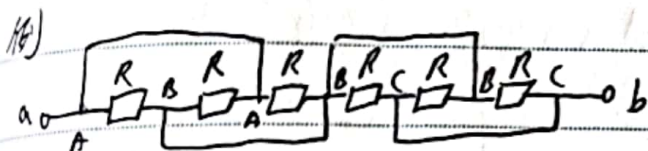
① 等效电阻



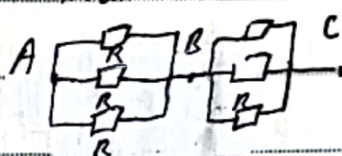
$$R_0 = 3R_1 = 60\Omega$$



$$\therefore 10\Omega$$



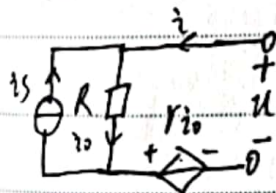
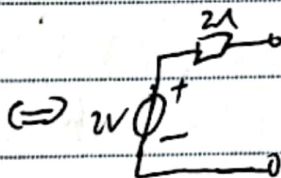
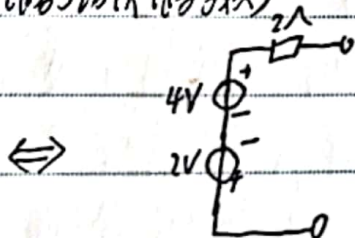
方法二：加法和减法



$$\therefore \frac{2}{3}R$$

② 等效电路

(戴维南电路与诺顿电路等效)

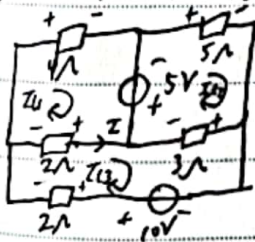


求 r_0 诺顿

$$u - r_0 i_0 = (i_0 i_s) R$$

$$u = (r_0 R) (i_0 i_s)$$

③ 例2-24 用回路电流法求电流

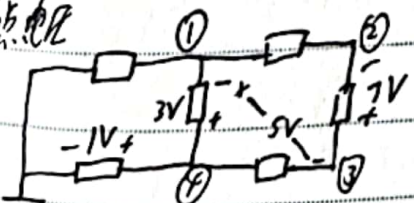


$$\begin{cases} 4I_1 + 2(I_1 - I_3) = 5 \\ 5I_2 + 3(I_2 - I_3) + 5 = 0 \\ 2I_3 + 2(I_3 - I_4) + 3(I_3 - I_2) = 10 \end{cases}$$

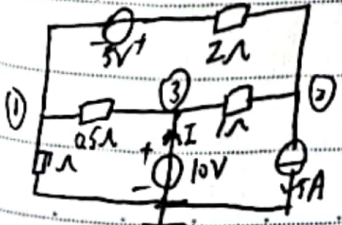
则节点0的电压

- ① -2V
- ② -14V
- ③ -7V
- ④ 1V

④ 节点电压



例2-27 求 I



$$\begin{cases} \frac{U_{n1} - U_{n3}}{0.5} + \frac{U_{n1} - U_{n2} + 5}{2} + \frac{U_{n1}}{1} = 0 \\ \frac{U_{n2} - U_{n3}}{1} + \frac{U_{n2} - U_{n1} - 5}{2} + 5 = 0 \\ \frac{U_{n1} - U_{n3}}{0.5} + \frac{U_{n2} - U_{n3}}{1} + I = 0 \end{cases}$$

$$U_{n1} = 6V$$

$$U_{n2} = 7V$$

$$I = 11A$$

$$U_{n3} = 10V$$

电路理论 第三章

① 齐性定理：在只有激励的电路中，激励变为原来的 k 倍，响应也变为原来的 k 倍。

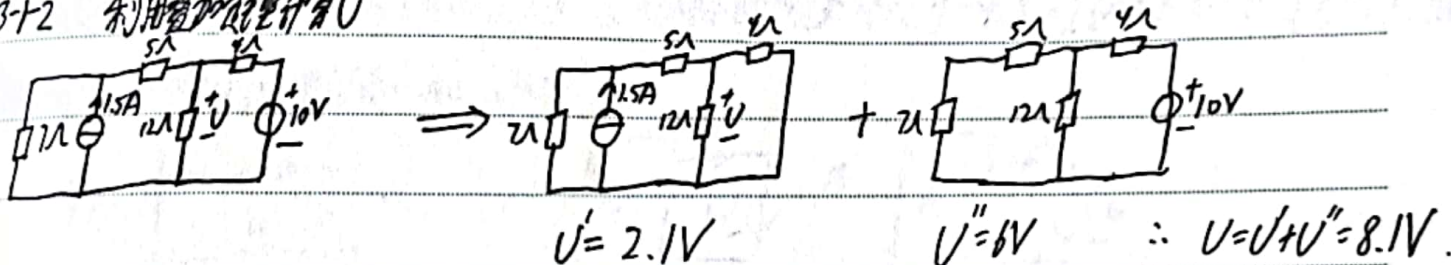
② 叠加定理：在多个激励的电路中，由几个独立电源共同作用产生的响应是各个电源单独产生的响应的代数和。

注意：使用叠加定理时，仅去掉独立电源，受控电源不去掉

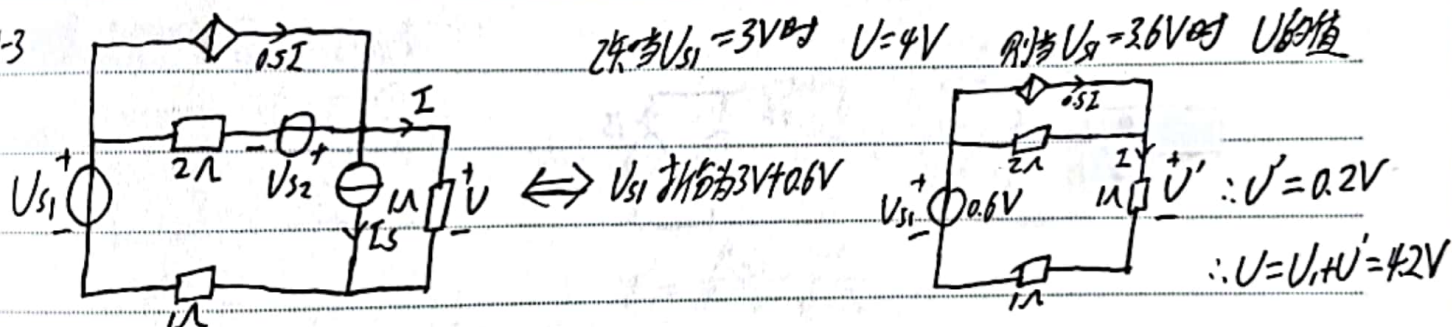
注意：叠加定理要求线性电路，不能用于电阻随电压电流改变的电路。

(电流源视为开路，电压源视为短路)

例3-2 利用叠加定理计算 U



例3-3



③ 等效电源定理：(化简含独立源的线性电阻网络)

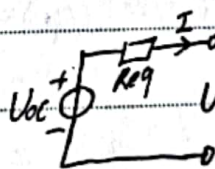
1) 戴维南等效电路与诺顿等效电路的互化

2) 除源法求等效电阻

立端开路，求开路电压 U_{oc}

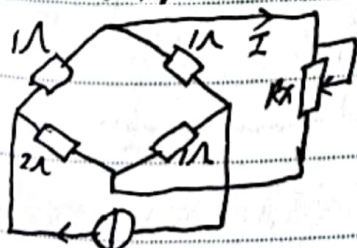
除去电源，计算等效电阻 R_{eq}

戴维南等效，求支路电流



$$U = U_{oc} - R_{eq}I$$

例3-2-1 计算当图中电阻 $R_x = 0\Omega, 0.8\Omega, 1.6\Omega$ 时该支路的电流和功率。

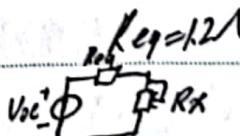


1) 立端开路，求 U_{oc}

2) 除源法，求 R_{eq}

3) 戴维南等效

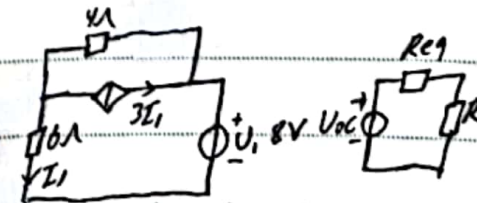
$$U_{oc} = 1V$$



例3-2-2 $5A$ 2Ω $R = 8\Omega$ 时 $I = 1A$ ，求当 R 为何值时， $I = 0.5A$ 。

除源法求等效电阻

戴维南等效电路



$$6I_1 + (3+1)I_1 \cdot 4 = 22I_1 = U_1 \quad U_{oc} = 30V$$

$$R_{eq} = \frac{U_1}{I_1} = 22\Omega$$

$$I = \frac{U_{oc}}{R_{eq} + R} = 0.5$$

$$\therefore R = 28\Omega$$

④ 最大功率传输定理

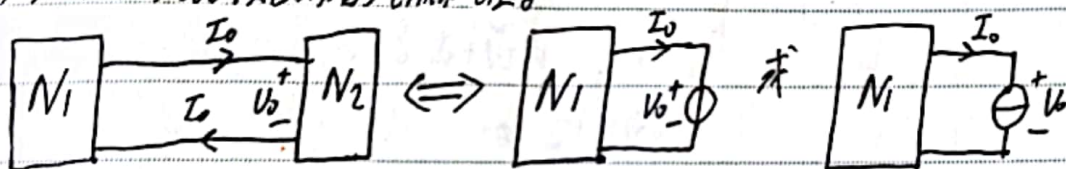
当 R_L 何值时, 获得最大功率

$$P = \left(\frac{U_s}{R_{eq} + R_L} \right)^2 R_L$$

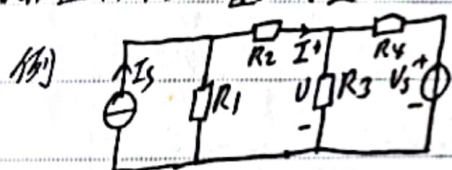
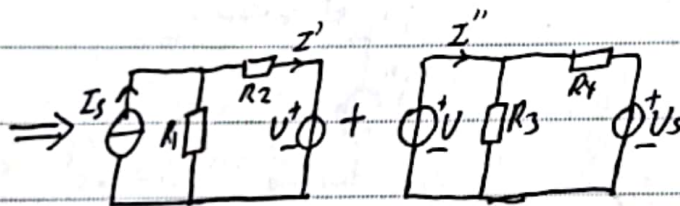
$$\text{当 } R_L = R_{eq} \text{ 时 } P_{\max} \quad P_{\max} = \frac{U_s^2}{4R_{eq}}$$

负载功率最大时, 电源内部损耗功率 = 负载消耗的功率, 电源效率仅 50%, 效率很低, 类似蓄电池的实际应用不使用, 仅为传输信号时, 不在乎效率, 仅注重功率时使用。

⑤ 置换定理: 在任意线性或非线性电路中, 若某一支路的电压和电流为 U 和 I , 则可用 $I_s = I$ 的电流源或 $U_s = U$ 的电压源来置换此支路, 而不影响电路中其它部分的电流和电压。



PS: 常利用置换定理与叠加定理共同求 U, I

求 U, I 

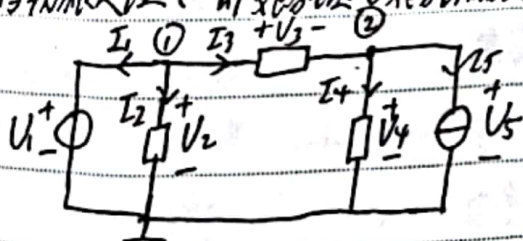
$$I' = \frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2} - \frac{U}{R_1 + R_2}$$

$$I'' = \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) U - \frac{U_s}{R_4}$$

$$I' = I'' = I$$

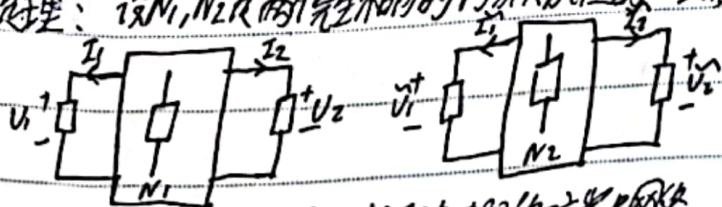
$$\therefore U = \frac{\frac{R_1 I_s}{R_1 + R_2} + \frac{U_s}{R_4}}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1 + R_2}}$$

⑥ 特勒根定理: 即支路电压与支路电流的乘积支路功率的关系。



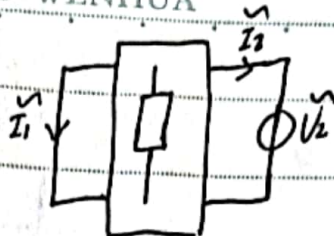
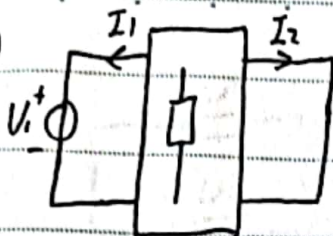
$$\sum_{k=1}^5 U_k I_k = U_{n1} (I_1 + I_2 + I_3) + U_{n2} (-I_3 + I_4 + I_5) = 0$$

特勒根定理: 各支路消耗功率之和为 0。

⑦ 互易定理: 设 N_1, N_2 是两个完全相同的内部不含电源的 n -端网络, 则 $U_1 I_1 + U_2 I_2 = U_1' I_1' + U_2' I_2'$ 

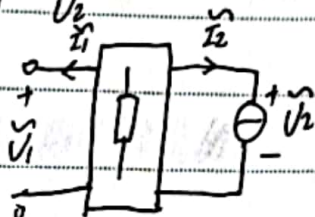
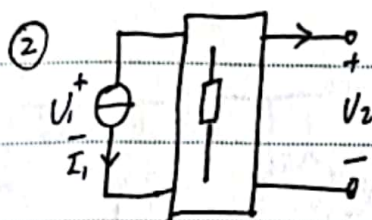
N_1, N_2 为两个完全相同且内部不含电源的 n -端网络。

三、对偶原理形式 ①



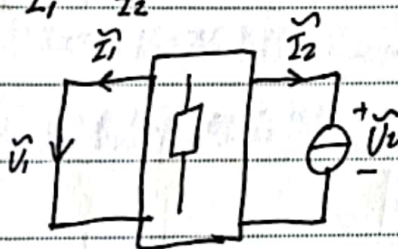
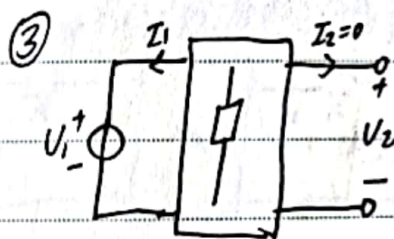
$$U_1 \tilde{I}_1 + U_2 \tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$$

$$\Rightarrow U_1 \tilde{I}_1 = \tilde{U}_2 I_2 \Rightarrow \frac{I_2}{U_1} = \frac{\tilde{I}_1}{\tilde{U}_2}$$



$$U_1 \tilde{I}_1 + U_2 \tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2$$

$$\Rightarrow U_2 \tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 \Rightarrow \frac{U_2}{I_1} = \frac{\tilde{U}_1}{\tilde{I}_2}$$



$$U_1 \tilde{I}_1 + U_2 \tilde{I}_2 = \tilde{U}_1 I_1 + \tilde{U}_2 I_2 = 0$$

② 对偶原理：如果电路中某一原理，方程或关系的表述是成立的，则将其中的相变用对偶因素替换的对偶表述也一定成立。

对偶因素：

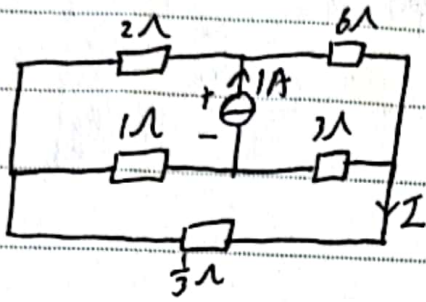
电压	——	电流
电荷	——	磁链
电阻	——	电导
电容	——	电感
电压源	——	电流源
节点	——	网孔

星形联结 —— 三角形联结

KCL —— KVL

题三

例3-3 求I



使用回路电流法

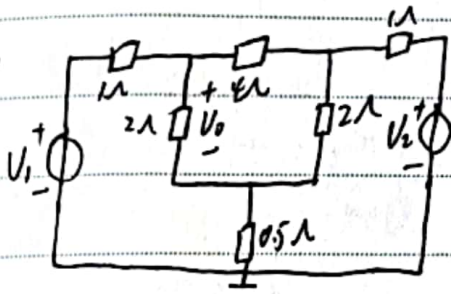
$$\begin{cases} I_{11} \odot & I_{12} \odot \\ I_{13} \odot \end{cases} \begin{cases} I_{11} + I_{12} = 1 \\ 2I_{11} + V + (I_{11} - I_{13}) = 0 \\ 6I_{12} + V + 3(I_{12} + I_{13}) = 0 \end{cases}$$

$\therefore I = 0A$ 求电压源

使用节点电压法

$$\begin{aligned} U_{n1} - 5 + \frac{U_{n1} - U_{n2}}{4} + \frac{U_{n1} - U_{n3}}{2} &= 0 \\ \frac{U_{n2} - U_{n1}}{4} + \frac{U_{n2} - U_{n3}}{2} + \frac{U_{n2} - 5}{3} &= 0 \\ \frac{U_{n3} - U_{n1}}{2} + \frac{U_{n3} - U_{n2}}{2} + \frac{U_{n3}}{0.5} &= 0 \end{aligned}$$

例3-8



当 $U_1, U_2 = 5V$ 时 U_0 的值

例3-10

N_A 为线性含源电阻网络, 当 $U_S = 6V, I_2 = 1A, U_3 = 2V$, 当 $U_S = 10V, I_2 = 2A$



则当 $U_S = 12V$ 时, I_2 与 U_3 。

由叠加定理: $U_S = 10V \Leftrightarrow$ 当 $U_S = 6V$ 含源网络 与 $U_S = 4V$ 无源网络

$U_S = 12V \Leftrightarrow$ 当 $U_S = 6V$ 含源网络 与 $U_S = 6V$ 无源网络

由线性定理

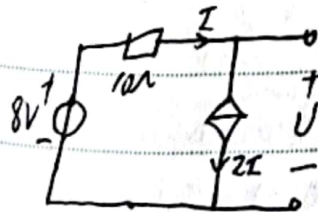
$2 = 1 + 4K \quad K = 0.25$

$U_3 = 0.5A \cdot R = 2V \quad \therefore R = 4\Omega$

$1 + 6K = 2.5A \quad \therefore I_2 = 2.5A$

$U_3 = 1.25A \cdot R = 5V \quad \therefore U_3 = 5V$

例3-12 求戴维南和诺顿等效电路



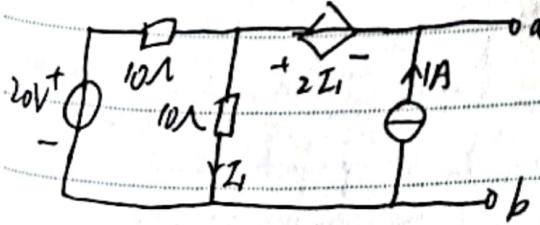
1) 开路求开路电压 U_{oc} $I = 2I \quad \therefore I = 0A$

$\therefore U_{oc} = 8V$

2) 除源法求等效电阻 R_{eq}

$U = -10I$

$R_{eq} = \frac{U}{I} = -10\Omega$



1) 开路求开路电压

$\frac{U_{n1} - 20}{10} + \frac{U_{n1}}{10} - 1 = 0$

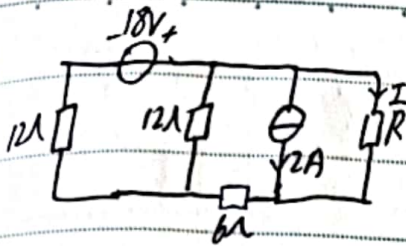
$\therefore U_{n1} = 15V \quad I_1 = 1.5A$

$\therefore U_{oc} = 12V$

2) 除源法求等效电阻

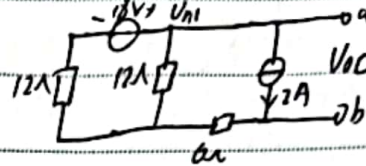
$\begin{cases} 10I_{11} + 10(I_{11} - I_{12}) = 0 \\ U + 2I_1 + 10(I_{12} - I_{11}) = 0 \end{cases} \quad R_{eq} = \frac{U}{I_{12}} = 4\Omega$

例3-13



当 $R=8\Omega$ 时的电流 I

1) 使用等效电源



2) 戴维南诺顿等效
来因倒。

$$\frac{U_{a1}-18}{12} + \frac{U_{a1}}{12} + 2 = 0$$

$$R_{eq} = 12\Omega$$

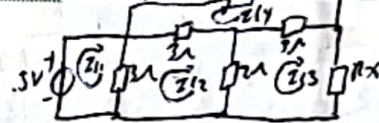
$$U_{a1} = -3V$$

$$\therefore I = \frac{15V}{12+8} = -0.75A$$

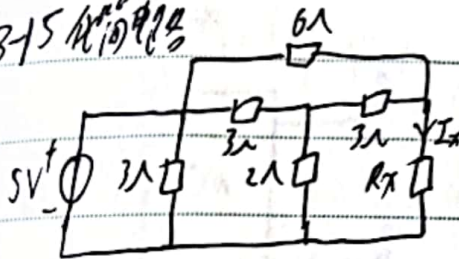
∵ 有 2A 电流源

$$\therefore U_{ab} = 12V \therefore U_{ab} = U_{oc} = U_a - U_b = -3 - 12 = -15V$$

② 8Ω 电流法



例3-15 电压源



已知 $I_x = 0.5A$, 求 R_x

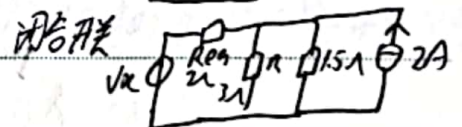
$$\begin{cases} R_{11}I_1 + R_{12}I_2 + R_{13}I_3 = \sum U_s \\ R_{21}I_1 + R_{22}I_2 + R_{23}I_3 = \sum U_s \\ R_{31}I_1 + R_{32}I_2 + R_{33}I_3 = \sum U_s \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3I_1 - 3I_2 = 5 \\ -3I_1 + (3+2+3)I_2 - 2I_3 - 3I_4 = 0 \\ -2I_2 + (3+2+R_x)I_3 - 3I_4 = 0 \\ -3I_2 - 3I_3 + (6+3)I_4 = 0 \\ I_3 = 0.5A \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{14}{3}A \quad I_2 = 0.5A \quad R_x = 4\Omega$$

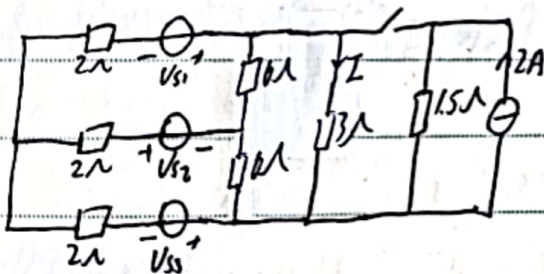
使用等效电源 $R_{eq} = 3\Omega$

$$U_{oc} = 30V$$



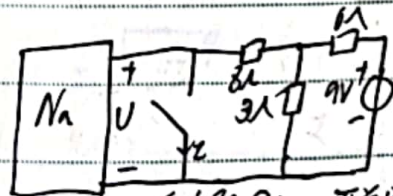
$$\therefore I = 3A$$

例3-17



当开关断开时 $I=5A$, 则开关闭合后 $I=$ _____

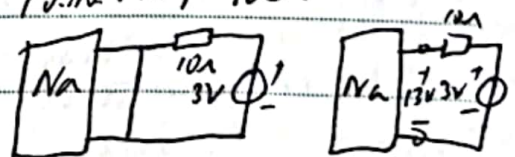
例3-19



N_a 为含独立源电阻网络, 开关断开时 $V=3V$, 闭合时 $I=3.9A$, 求网络 N_a 的最简等效

开路求 $V_{oc} = 3V$

短路求 $R_{eq} = 10\Omega$

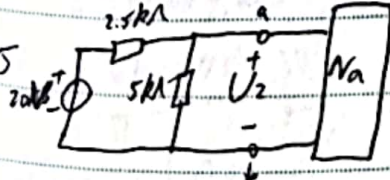


$$\frac{V_{oc}}{R_{eq}} + \frac{3}{10} = 3.9$$

$$\therefore I = 1A$$

$$V_{oc} - R_{eq} = 13$$

例3-25

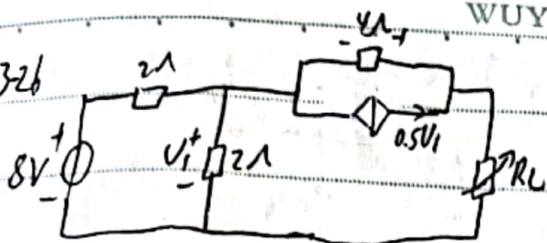


N_a 为含独立源电阻网络, $U_2 = 17.5V$ 若将 N_a 短路, 则支路电流 $10mA$, 求 N_a 等效电路。

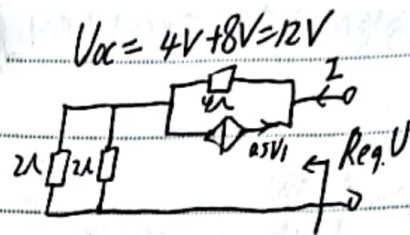
求等效 $V_{oc} = \frac{17.5}{3}V$ $R_{eq} = \frac{2}{3}k\Omega$

$$\frac{\frac{17.5}{3}}{\frac{2}{3}} + \frac{12.5 - V_{oc}}{R_{eq}} = 0$$

例3-26

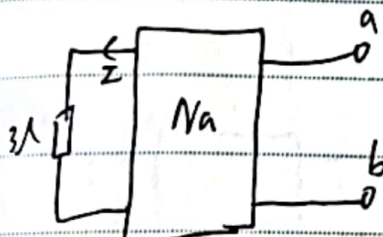


当RL何值时最大功率



$$\begin{cases} R_{eq} = \frac{(0.5U_1 + 2) \cdot 4 + U_1}{I} = 7\Omega \\ \frac{U_1}{I} = I \end{cases}$$

例3-28 双端口

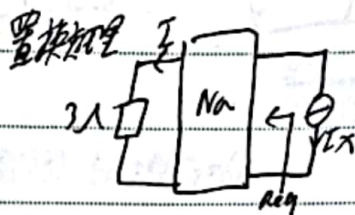


Na为线性双端口网络

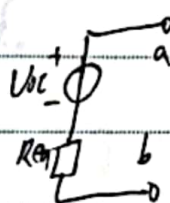
当a,b开路时 I=3A

当a,b短路时 I=5A

当a,b串2Ω电阻时,2Ω电阻取最大功率,此时I?



由叠加定理 $I = KI_x + b$. 当 $I_x = 0$ $I = 3 \therefore b = 3$



端网络参数则相同等效.

$\therefore R_{eq} = 2\Omega$.

$\therefore$ 由a,b短路时 $I = 5A$ 此时 $I_x = \frac{V_{oc}}{R_{eq}} = \frac{4}{2}$

$$5 = KI_x + 3 \Rightarrow K = \frac{4}{V_{oc}}$$

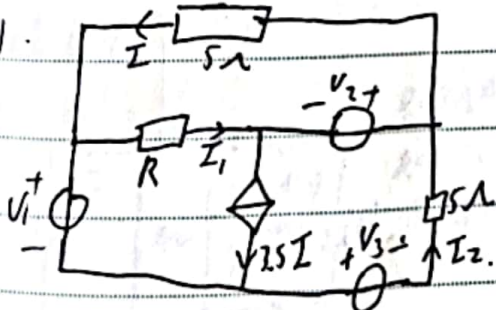
(建立K的关系式的正确值)

$$\therefore \text{当} 2\Omega \text{电阻串时 } I = \frac{4}{V_{oc}} \cdot \frac{V_{oc}}{4} + 3 = 4A$$

两端端口均用叠加定理.

$$I = KI_x + b$$

例3-31



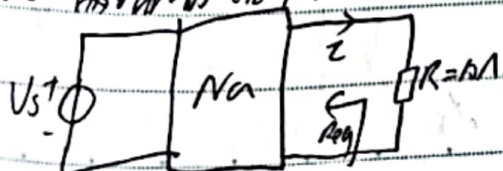
当 $R = 2\Omega$ 时 $I_1 = 5A, I_2 = 4A$, 则当 $R = 4\Omega$ 时, I_1, I_2 各为多少?

XX节点可以包含电压源

$$\begin{cases} KCL: I_1 + I_2 = 4.5I \\ KVL: 5I + 2I_1 = U_2 \\ 2I_1 - 5I_2 = U_1 + U_2 + U_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = 2A \\ U_2 = 20V \\ U_1 + U_2 + U_3 = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} KCL: 4I_1 + 5I_2 = U_2 \\ 4I_1 - 5I_2 = U_1 + U_2 + U_3 \\ I_1 + I_2 = 4.5I \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_1 = \frac{30}{27}A \\ I_2 = \frac{113}{27}A \end{cases}$$

例3-32 两端端口的电压源



当 $V_s = 20V, R = 10\Omega, I = 2A$

当 $V_s = 32V, R = 8\Omega, I = 2.5A$

当 $V_s = 12V, R = 15\Omega, I = 1A$ 时, 求 I ?

$$V_{oc} = KV_s + b = I(R + R_{eq})$$

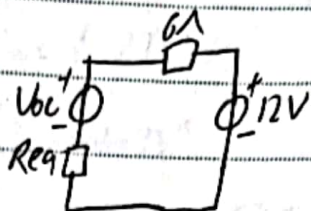
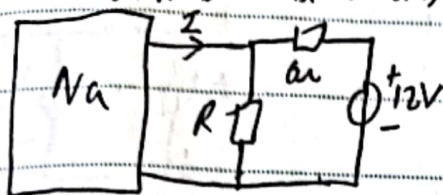
$$\begin{cases} K \cdot 20 + b = 2(12 + 10) \\ K \cdot 32 + b = 2.5(12 + 8) \\ K = 0.5, b = 34 \end{cases}$$

$$\therefore V_{oc} = 0.5 \times 12 + 34 = 54V$$

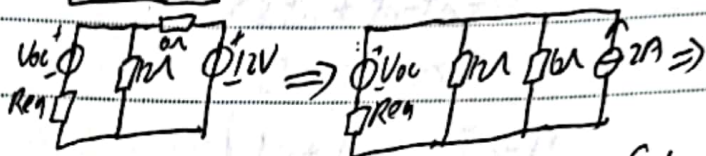
$$R = 15\Omega \text{ 时 } I = \frac{V_{oc}}{R_{eq} + R} = 2A$$

例3-33

N_a 为线性含独立源电阻网络, 当 $R \rightarrow \infty$ 时, $I = 1.6A$, 当 $R = 12\Omega$, $I = 2.5A$, 求当 $R = 3\Omega$ 时 $I =$ _____

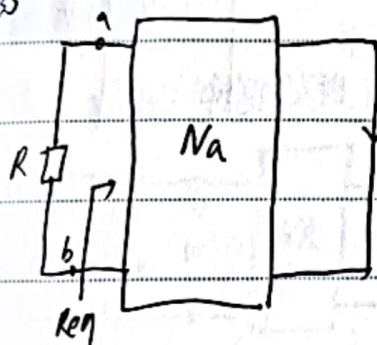


$$\frac{V_{oc} - 12}{R_{eq} + 6} = 1.6$$



$$\frac{V_{oc} - 8}{R_{eq} + 2} = 2.5 \quad \begin{cases} V_{oc} = 28V \\ R_{eq} = 4\Omega \end{cases}$$

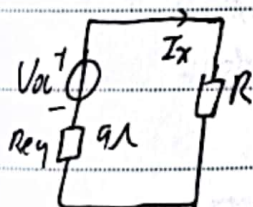
例3-35



N_a 为线性含独立源电阻网络, 当 $R = 0$ 时 $I_2 = 6A$

当 $R = 6\Omega$ 时, $I_2 = 9A$, a, b 端 $R_{eq} = 9\Omega$, 试求

I_2 与电阻 R 的关系。



$$\text{当 } R = 0 \text{ 时 } I_x = \frac{V_{oc}}{9}$$

$$\text{当 } R = \infty \text{ 时 } I_x = 0$$

由叠加定理



$$I_2 = K I_x + b \quad \therefore K = -\frac{27}{V_{oc}}$$

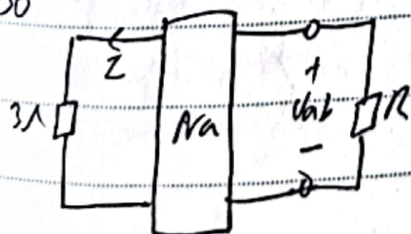
$$\therefore K \frac{V_{oc}}{R+9} + 9 = I_2$$

$$\therefore I_2 = 9 - \frac{27}{9+R}$$

Ps: 置换出电流源

用 V_{oc} 和 K 代入。

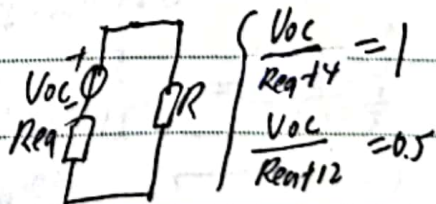
例3-36



$R = 4\Omega$ 时 $U_{ab} = 4V$ $I = 1.5A$;

$R = 12\Omega$, $U_{ab} = 6V$ $I = 1.3A$

则当 R 为多少时 $I = 1.9A$?



$$\therefore V_{oc} = 8V \quad R_{eq} = 4\Omega$$

置换出电压源

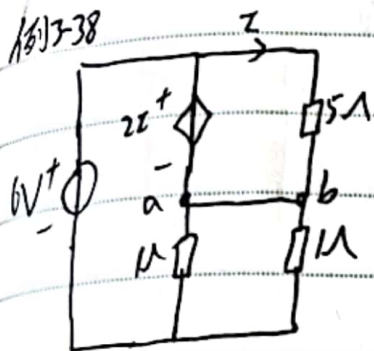
$$I = K I_x + b$$

$$\begin{cases} 1.5 = K \cdot 1 + b \\ 1.3 = K \cdot 0.5 + b \end{cases} \quad \begin{cases} K = -0.5 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\therefore I = -0.5 I_x + 2 \quad \text{若 } I = 1.9A \quad I_x = 0.2A$$

$$\therefore \frac{V_{oc}}{4+R} = 0.2 \quad R = 36\Omega$$

例3-38



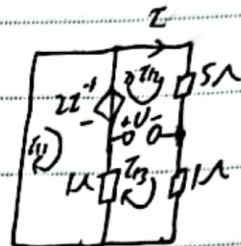
a b之间开路求开路电压 $V_{oc} = 3V$

$$I = \frac{6}{5+1} = 1A$$

$$V_{ab} = 6 - 2I = 4V$$

$$V_{ab} = 1V$$

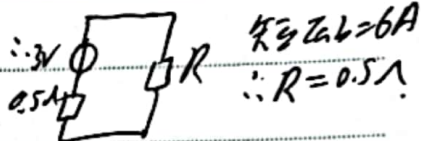
$$\therefore V_{oc} = V_{ab} = 3V$$



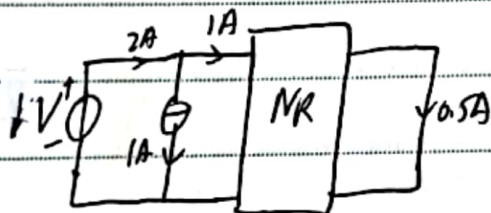
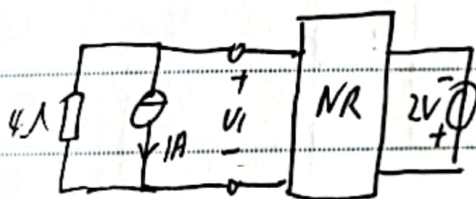
ab之间接一个大电阻, 使 I_{ab} 成为支路电流的一半

$$\begin{cases} 2I_{12} + I_{11} - I_{13} = 0 \\ V_1 = -2I_{12} + 5I_{12} \\ V_1 + I_{13} - I_{11} + I_{13} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} I_{12} = \frac{1}{3}V_1 \\ I_{13} = -\frac{2}{3}V_1 \end{matrix}$$

$$\therefore R_{eq} = \frac{V}{I_{12} - I_{13}} = 0.5\Omega$$



例3-42 设 N_R 为纯电阻网络, 求电压 V_1



$$V_1 \tilde{I}_1 + V_2 \tilde{I}_2 = \tilde{V}_1 \tilde{I}_1 + \tilde{V}_2 \tilde{I}_2$$

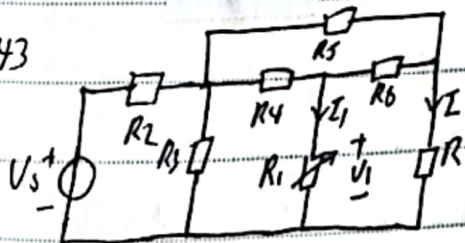
$$-V_1 + (2) \times 0.5 = 1 \left(\frac{V_1}{4} + 1 \right) + 0$$

$$V_1 = -1.6V$$

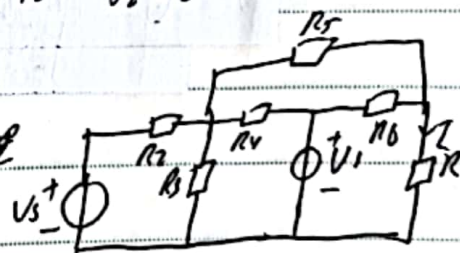
$$\tilde{I}_1 = -1A \quad \tilde{I}_2 = 0.5A$$

$$\tilde{V}_1 = 1V \quad \tilde{V}_2 = 0$$

例3-43



叠加定理

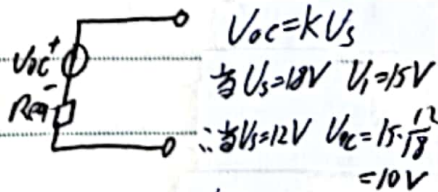


R_1 可调当 $V_S = 12V$ $R_1 = 0$ 时 $I_1 = 5A$ $I = 4A$
 当 $V_S = 18V$ $R_1 \rightarrow \infty$ $V_1 = 15V$ $I = 1A$
 问当 $V_S = 12V$ $R_1 = 3\Omega$ 时电流 I ?

$$I = K_1 U_1 + K_2 U_S$$

$$\begin{cases} 4 = K_2 \cdot 12 \\ 1 = 15K_1 + 12K_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} K_1 = -\frac{1}{3} \\ K_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$$

戴维南等效



$$V_{oc} = K U_S$$

$$\text{当 } U_S = 18V \quad V_1 = 15V$$

$$\therefore \text{当 } U_S = 12V \quad V_{oc} = 15 \cdot \frac{12}{18} = 10V$$

$$\text{当 } U_S = 12V \quad I_1 = 5A$$

$$R_{eq} = 2\Omega$$

$$\therefore \text{当 } R = 3\Omega \text{ 时 } V_1 = V_{oc} \cdot \frac{3}{3+2} = 6V$$

$$I = \frac{V_1}{R_1} = 2A$$

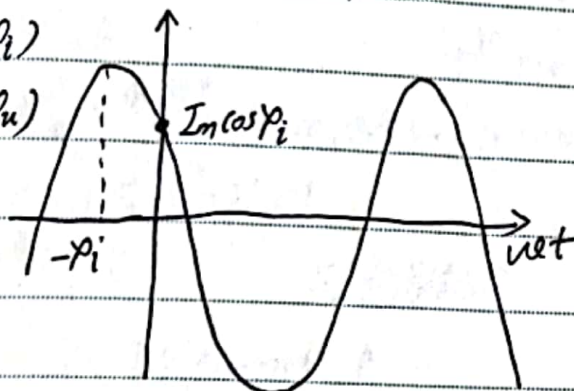
第四章 正弦交流电路

① 正弦交流电路：电路参数不变，电压、电流随时间按同频率正弦规律变化的电路。

正弦量的瞬时描述：(本书中均采用瞬时函数表示)

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$



$(\omega t + \varphi_i)$ 称为正弦电流的相位或相角

单位：弧度 rad

$t=0$ 时相位 φ_i ，即初相

当 $(\omega t + \varphi_i) = 0$ 时电流达到最大值即 $\omega t = -\varphi_i$ 时

$$\omega T = 2\pi$$

ω 角频率：单位时间内相角变动的弧度数，单位 rad/s

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

正弦电流的三要素：幅值 I_m ，初相 φ_i ，角频率 ω

② 瞬时值 $i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$

最大值 I_m

$$\text{有效值 } I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

来源：直流电阻做功 $A = I^2 R T$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$$

交流电阻做功 $A = R \int_0^T i^2 dt$

(PS：有效值即瞬时值的平方在一个周期内的平均值再开平方根，故有效值又称均方根值或方均根值。)

※ 在工程中开方的都是有效值，如仪表读数，电网电压 220V，均为有效值

另外计算平均功率、平均储能都使用有效值 (使用有效值计算时与直流电路等效)

③ 正弦量的相位差

$$\text{正弦电压 } u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$\text{正弦电流 } i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$\text{相位差 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i \quad \text{即初相之差}$$

※※※ $\varphi_u - \varphi_i > 0$ 则称 u 超前于 i 即 u 比 i 先达到零值或最大值 或称 i 滞后于 u

$\varphi_u - \varphi_i < 0$ 则称 u 滞后于 i

$\varphi_u - \varphi_i = 0$ 则称 u 与 i 同相

$\varphi_u - \varphi_i = \pm 180^\circ$ 则称 u 与 i 反相

$\varphi_u - \varphi_i = \pm 90^\circ$ 则称 u 与 i 正交

② 相量变换

1) 复数

$$A = a + bj = |A|e^{j\theta} = |A|\angle\theta$$

|A| 是 A 的模, θ 是 A 的幅角

$$a = |A|\cos\theta$$

$$|A| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \theta = \arctan \frac{b}{a}$$

$$b = |A|\sin\theta$$

$$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta$$

2) 相量变换

$$F_m e^{j(\omega t + \varphi)} = F_m \cos(\omega t + \varphi) + j F_m \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\dot{F}_m = F_m e^{j\varphi} = F_m \angle \varphi$$

$$\dot{F} = \frac{\dot{F}_m}{\sqrt{2}}$$

 F_m 为幅值向量 $\dot{F}$ 为有效值向量① $f(t) \rightarrow \dot{F}_m$

1) $i = 3\cos\omega t \text{ A}$

$\dot{I}_m = 3\angle 0^\circ$

正弦量的相量变换

2) $i = 4\cos(\omega t - 150^\circ) \text{ A}$

$\dot{I}_m = 4\angle -150^\circ$

3) $i = -5\cos(\omega t - 60^\circ) \text{ A}$

$\dot{I}_m = 5\angle 120^\circ$

4) $i = 6\sin(\omega t + 60^\circ) \text{ A}$

$\dot{I}_m = 6\angle 60^\circ$

② $\dot{F}_m \rightarrow f(t)$

① $\dot{U}_m = (3 - 4j) \text{ V}$

$\dot{U}_m = \sqrt{3^2 + 4^2} \angle \arctan \frac{-4}{3} = 5\angle -53.13^\circ$

电压相量变换为正弦量

$u = 5\cos(\omega t - 53.13^\circ)$

② $\dot{U}_m = (-3 + 4j) \text{ V}$

$\dot{U}_m = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} \angle \arctan \frac{4}{-3} = 5\angle 126.9^\circ$

$u = 5\cos(\omega t + 126.9^\circ)$

③ $\dot{U}_m = 4j \text{ V}$

$\dot{U}_m = 4 \angle \arctan \frac{4}{0} = 4\angle 90^\circ$

$u = 4\cos(\omega t + 90^\circ)$

3) 相量变换的性质

① 线性性质

$$f(t) = 10\cos(\omega t + 45^\circ) + 20\cos(\omega t - 45^\circ) - 30\cos(\omega t + 60^\circ)$$

$$\dot{F}_m = 10\angle 45^\circ + 20\angle -45^\circ - 30\angle 60^\circ$$

$$= 5\sqrt{2} + 5\sqrt{2}j + 10\sqrt{2} - 10\sqrt{2}j - (15 + 15\sqrt{3}j)$$

$$= (15\sqrt{2} - 15) + (-5\sqrt{2} - 15\sqrt{3}j)$$

$$= 38.63\angle -79.34^\circ$$

② 微分性质

$$\frac{df(t)}{dt} = j\omega \dot{F}_m$$

例 已知正弦电压 $p = 10^{-3}\cos(2000t + 30^\circ)$ 则电压相量表达式

$$\dot{U}_m = \frac{dp}{dt} = 2000j \cdot 10^{-3}\angle 30^\circ = 2\angle 120^\circ$$

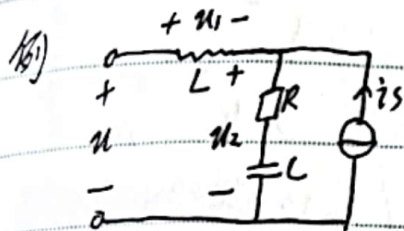
③ 积分性质

$$\int f(t) dt = \frac{\dot{F}_m}{j\omega}$$

④ 基尔霍夫定律的相量形式

$$\sum \dot{I}_{km} = 0 \quad \text{或} \quad \sum \dot{I}_k = 0$$

$$\sum \dot{U}_{km} = 0 \quad \text{或} \quad \sum \dot{U}_k = 0$$



$$u_1 = 6\cos(\omega t + 30^\circ) \quad u_2 = 4\cos(\omega t + 60^\circ) \quad \text{求 } u$$

$$\dot{U}_{1m} = 6\angle 30^\circ \quad \dot{U}_{2m} = 4\angle 60^\circ$$

$$\dot{U} = \dot{U}_{1m} + \dot{U}_{2m} = 6\angle 30^\circ + 4\angle 60^\circ = 9.673\angle 41.933^\circ$$

$$u = 9.673\cos(\omega t + 41.933^\circ)$$

⑤ 相量模型

电阻

$$\dot{U}_m = R\dot{I}_m$$

$$P_u = P_i$$

电感

$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$\Rightarrow \dot{U}_m = j\omega L \dot{I}_m$$

$$P_u - P_i = 90^\circ$$

电容

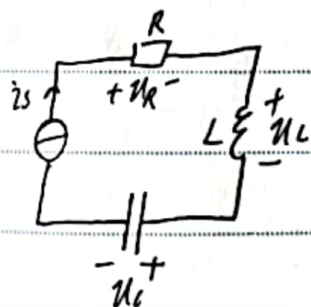
$$i = C \frac{du}{dt}$$

$$\Rightarrow \dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

$$P_u - P_i = -90^\circ$$

$$\dot{U}_m = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}_m$$

例



$$i_s = 0.2\cos(\omega t + 45^\circ) \text{ A}, \omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$R = 20 \Omega, L = 3 \text{ H}, C = 5 \times 10^{-3} \text{ F}$$

$$\text{求 } u_R, u_L, u_C$$

$$\dot{I}_m = 0.2\angle 45^\circ$$

$$\dot{U}_{Rm} = R\dot{I}_m = 4\angle 45^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{Lm} = j\omega L \dot{I}_m = 6\angle 135^\circ \text{ V}$$

$$\dot{U}_{Cm} = -j \frac{1}{\omega C} \dot{I}_m = 4\angle -45^\circ \text{ V}$$

$$\therefore u_R = 4\cos(\omega t + 45^\circ)$$

$$u_L = 6\cos(\omega t + 135^\circ)$$

$$u_C = 4\cos(\omega t - 45^\circ)$$

阻抗

$$X_L = \omega L$$

$$\text{则 } \dot{U}_m = jX_L \dot{I}_m$$

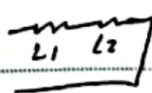
$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\dot{U}_m = -jX_C \dot{I}_m$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k}$$

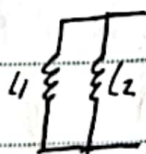
$$= \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$

串联电感



$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

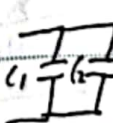
并联电感



$$\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k}$$

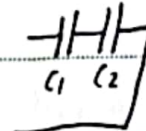
$$= \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

并联电容

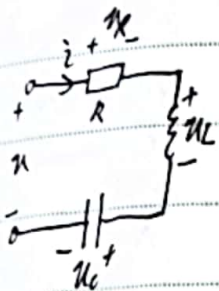


$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

串联电容



① 阻抗与导纳：用于研究RLC串联电路中电压相量与电流相量的联系。



$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{1}{j\omega C}\dot{I}$$

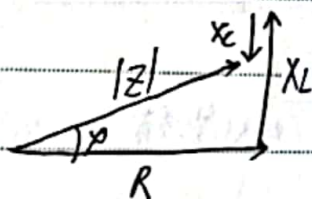
$$= [R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})]\dot{I}$$

$$\text{阻抗 } Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + jX$$

$X_L > X_C$ 则等效为电感 $X_L < X_C$ 则等效为电容

为便于标有数值向量

阻抗向量图



$$\varphi = \arctan \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$X_L - X_C > 0 \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = \varphi > 0$$

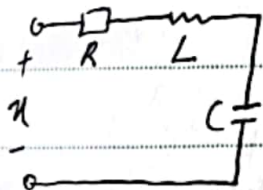
$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

感性负载，电压超前电流

$$\varphi_u - \varphi_i = \varphi$$

$X_L - X_C < 0 \Rightarrow \varphi_u - \varphi_i = \varphi < 0$
容性负载，电压滞后电流

例： $R=15\Omega$ $L=12\text{mH}$ $C=5\mu\text{F}$ 串联，电源电压 $u=100\cos(\omega t + 53.13^\circ)\text{V}$ ， $\omega L=500\text{rad/s}$



求 U_R, U_L, U_C 。

$$X_L = \omega L = 60\Omega$$

$$\dot{U}_m = 100\angle 0^\circ$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = 40\Omega$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = 15 + j20$$

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \frac{100\angle 0^\circ}{25\angle 53.13^\circ} = 4\angle -53.13^\circ$$

$$\dot{U}_{Rm} = R\dot{I}_m = 60\angle -53.13^\circ \quad U_R = 60\cos(\omega t - 53.13^\circ)$$

$$\dot{U}_{Lm} = jX_L\dot{I}_m = 240\angle 37^\circ \quad U_C = 160\cos(\omega t + 53.13^\circ)$$

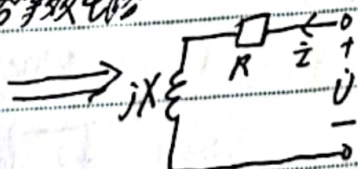
$$\dot{U}_{Cm} = -jX_C\dot{I}_m = 160\angle -143.13^\circ \quad U_L = 240\cos(\omega t + 37^\circ)$$

阻抗 $Z = R + jX$

导纳 $Y = G + jB$

$$B = \omega C - \frac{1}{\omega L}$$

② 线性无源二端网络等效电路



$$\dot{U} = Z\dot{I}$$

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} - \frac{j\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$G = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2}$$

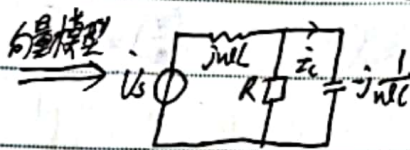
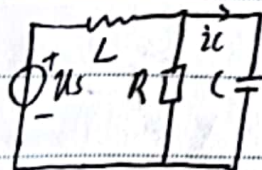
$$B = -\frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2}$$



⑧ 正弦电路的向量分析法 (正弦电路的方程仍是线性方程, U_s, U_c 方程可直接推广)

$R \rightarrow R$
 $L \rightarrow j\omega L$
 $C \rightarrow -j\omega C$
 $U_s \rightarrow U_s$
 $U_c \rightarrow U_c$

例4-8-1: $U_s = 60\sqrt{2} \cos(\omega t + 45^\circ)$, $\omega L = 100 \text{ rad/s}$, $R = 10 \Omega$, $L = 0.1 \text{ H}$, $C = 10^{-3} \text{ F}$, 求电流 i_c



有效值 $U_s = 60 \angle 45^\circ$ $Z = j\omega L + \frac{R \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = 5 + j5$

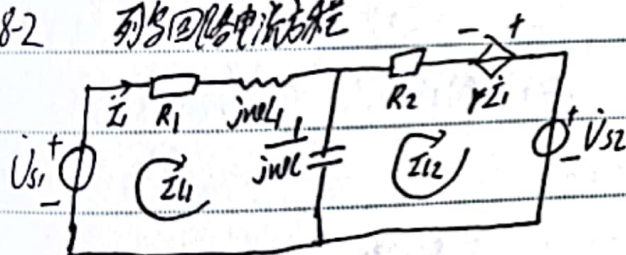
$\therefore \dot{I} = \frac{\dot{U}_s}{Z} = \frac{60 \angle 45^\circ}{5\sqrt{2} \angle 45^\circ} = 6\sqrt{2} \text{ A}$

$\dot{I}_c = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \dot{I} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC} \times \dot{I} = 6 \angle 45^\circ$

$\therefore i_c = 6\sqrt{2} \cos(\omega t + 45^\circ)$

$U_s = 60\sqrt{2} \cos(\omega t + 45^\circ)$ $\dot{I} = 6 \angle 45^\circ \Rightarrow \dot{I}_m = 6\sqrt{2} \angle 45^\circ$
 $\Rightarrow U_m = 60\sqrt{2} \angle 45^\circ \Rightarrow i = 6\sqrt{2} \cos(\omega t + 45^\circ)$

例4-8-2 列写回路电流方程

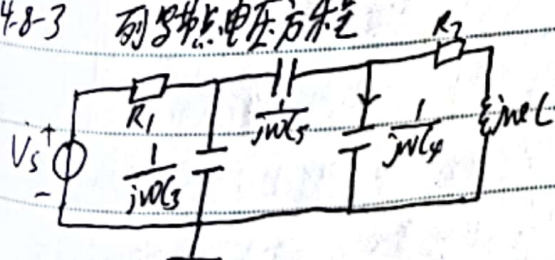


当无受控电源时用公式

否则不用

$$\begin{cases} \dot{I}_{L1}(R_1 + j\omega L_1) + (\dot{I}_{L1} - \dot{I}_{L2}) \frac{1}{j\omega C} = U_{s1} \\ (\dot{I}_{L2} - \dot{I}_{L1}) \frac{1}{j\omega C} + R_2 \dot{I}_{L2} - r \dot{I}_1 = -U_{s2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} [R_1 + j\omega L_1 - \frac{1}{j\omega C}] \dot{I}_{L1} + \frac{1}{j\omega C} \dot{I}_{L2} = U_{s1} \\ [\frac{1}{j\omega C} - r] \dot{I}_{L1} + [R_2 - \frac{1}{j\omega C}] \dot{I}_{L2} = -U_{s2} \end{cases}$$

例4-8-3 列写节点电压方程



$$\begin{cases} \frac{U_{n1} - U_s}{R_1} + \frac{U_{n1}}{j\omega C_3} + \frac{U_{n1} - U_{n2}}{j\omega C_5} = 0 \\ \frac{U_{n2} - U_{n1}}{j\omega C_5} + \frac{U_{n2}}{j\omega C_4} + \frac{U_{n2}}{R_2 + j\omega L} = 0 \end{cases}$$

⑨ 正弦电路的功率

① 单一元件的功率

① 电阻

电压电流同相用 p_u 表示

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + p_u)$$

$$u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + p_u)$$

$$\text{电阻的瞬时功率 } p = ui = 2UI \cos^2(\omega t + p_u)$$

$$= UI + UI \cos[2(\omega t + p_u)]$$

$$\text{电阻的平均功率 } P = UI$$

② 电感

$$p_u - p_i = 90^\circ$$

$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$\dot{U}_m = j\omega L \dot{I}_m$$

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + p_i)$$

$$u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + p_i + 90^\circ) = -\sqrt{2} U \sin(\omega t + p_i)$$

$$\text{电感的瞬时功率 } p = ui = -UI \sin[2(\omega t + p_i)]$$

$$\text{电感的平均功率 } P = \frac{1}{T} \int_0^T p_i dt = 0$$

$$\text{电感的最大储能 } W = \frac{1}{2} L I_m^2 = L I^2 = \frac{UI}{\omega}$$

由上式 $W = \frac{UI}{\omega}$ 故可用 UI 代表电感进行能量交换的规模, 具有功率的量纲, 但不代表电感消耗的功率。

$$\text{无功功率 } Q = UI$$

单位 Var

$$\text{有功功率 } P = \text{平均功率} = 0$$

单位 W

③ 电容

$$p_u - p_i = -90^\circ$$

$$i = C \frac{du}{dt}$$

$$\dot{I}_m = j\omega C \dot{U}_m$$

$$u_c = \sqrt{2} U \cos(\omega t + p_u)$$

$$i_c = \sqrt{2} I \cos(\omega t + p_u + 90^\circ) = \sqrt{2} I \sin(\omega t + p_u)$$

$$\text{电容的瞬时功率 } p = ui = UI \sin[2(\omega t + p_u)]$$

$$\text{电容的平均功率 } P = 0$$

$$\text{电容的无功功率 } Q = -UI$$

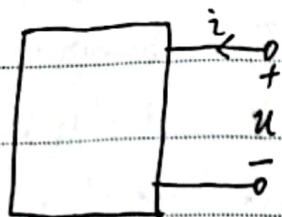
$$\text{电容的有功功率 } P = 0$$

15: 电路中电阻产生有功功率, 电感和电容产生无功功率, 无功功率不消耗电源, 但对电源是一种负担。

电感的无功功率大于0, 即感性无功, 消耗电路中的无功功率。

电容的无功功率小于0, 即容性无功, 向电路发出无功功率。

⑩ 正弦-端口网络的功率

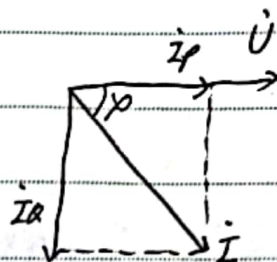


线性无源源端口

$$\text{端口电压 } u = \sqrt{2}U \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$\text{端口电流 } i = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$\text{相位差 } \varphi = \varphi_u - \varphi_i, \varphi \in (0, 90^\circ)$$



$$i = i_R + i_X = I \cos \varphi - j I \sin \varphi$$

(即端口内部为感性负载)

∴该端口 $\Leftrightarrow$ 一等效电阻 + 一等效电感

$$\text{端口的平均功率 } P = UI \cos \varphi = UI \lambda$$

相位差 $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ 又称为功率因数角其中 $\lambda = \cos \varphi = \frac{P}{S}$ 又称为功率因数

PS: 可以使用功率表或瓦特计测量平均功率

有功功率 $P = UI \cos \varphi = UI \lambda$ 单位 W无功功率 $Q = UI \sin \varphi$ 单位 Var视在功率 $S = UI$ 单位 V·A复功率(复数功率) $\tilde{S} = P + jQ = UI \cos \varphi + j UI \sin \varphi$

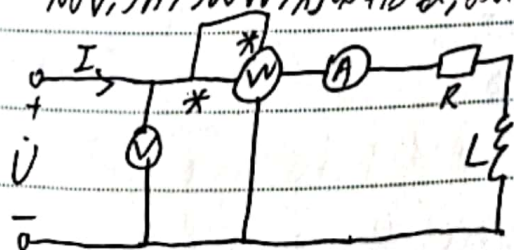
$$\varphi = \arctan \frac{Q}{P} = \arccos \lambda$$

$$\tilde{S} = UI e^{j\varphi} = [U e^{j\varphi_u}] [I e^{-j\varphi_i}] = \dot{U} \dot{I}^* \quad (I^* \text{ 为 } I \text{ 的共轭})$$

$$= Z \dot{I} \dot{I}^* = Z I^2 = R I^2 + j X I^2$$

$$= Y^* U^2 = G U^2 - j B U^2$$

例 100V, 5A, 300W, 测功率因数, 等效电阻与等效电感



$$P = UI \cos \varphi = UI \lambda \quad \lambda = 0.6$$

$$|Z| = \frac{U}{I} = 20 \Omega$$

$$R = |Z| \cos \varphi = 12 \Omega$$

$$X_L = |Z| \sin \varphi = 16 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{16}{2\pi \cdot 50} = 0.051 \text{ H}$$

功率表测有效值 P

UI 为视在功率 S

⑪ 功率因数的高低

- 1) 有功功率用于能量消耗, 无功功率用于能量转换
- 2) 功率因数为有功功率占视在功率中的比例, 功率因数由负载决定。

3) 功率因数过低产生的问题

① 降低供电设备的利用率 供电设备容量 S_N 实 $P = S_N \cos \varphi$

当 φ 很小时, 产生的有功功率减小

② 增加供电设备与供电线路的损耗。

对感性功率负载 $P = UI \cos \varphi$ $\cos \varphi \downarrow$ P 不变

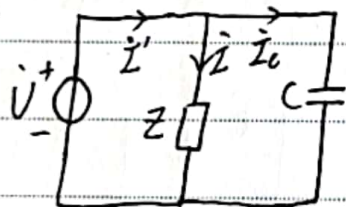
则 I 变大, 损耗过大

4) 工程上的负载大多为感性负载, 故提高功率因数的方法 无功补偿

感性负载并联电容

容性负载串联电感。

例:



Z 为感性负载 U 为 220V, 50Hz 正弦电源

负载平均功率 2200W, 功率因数 0.8

并联电容使功率因数为 0.95, 求电容大小

并联前后电源电流, 无功功率和视在功率。

并联电容前

$$P = UI \cos \varphi$$

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi} = \frac{2200}{220 \times 0.8} = 12.5 \text{ A}$$

并联电容后

$$\varphi' = \arccos 0.95 = 18.2^\circ$$

$$Q = UI \sin \varphi = P \tan \varphi = 1650 \text{ Var}$$

$$I' = \frac{P}{U \cos \varphi'} = \frac{2200}{220 \times 0.95} = 10.85 \text{ A}$$

$$S = UI = 2750 \text{ VA}$$

$$I_Q' = I' \sin \varphi' = 3.389 \text{ A}$$

$$I_Q = I \sin \varphi = 7.5 \text{ A}$$

$$S' = \frac{P}{\cos \varphi'} = UI' = 2387.26 \text{ VA}$$

$$I_C = I_Q - I_Q' = \frac{P(\tan \varphi - \tan \varphi')}{U} = 4.111 \text{ A}$$

$$C = 63.32 \mu\text{F}$$

⑫ 正弦电路中最大功率传输定理



电压源内阻抗 $Z_s = R_s + jX_s = |Z_s| \angle \varphi_s$

则 Z_L 为何值时获得最大平均功率?

当 $Z_L = Z_s^*$ 时获得最大平均功率 (即内阻与外阻共轭时)

$$P_{L\max} = \frac{U_s^2}{4R_s}$$

此时称为负载与电源满足最大功率匹配, 或共轭匹配。

第五章 含磁耦合器件的电路

① 磁耦合现象：由于磁场的空间分布特性和磁通的连续性，载有电流的两个相邻线圈所产生的磁通相互交链（互感现象）（即一个载有电流的线圈产生的磁通穿过另一个线圈）

② 磁耦合原理：如果两个线圈均载有电流，则每个线圈总磁链到包括两部分：本线圈电流产生的自感磁链与邻近线圈产生的互感磁链，当第一个线圈中的电流变化的时，则产生变化的磁通，则在另一个线圈内产生感应电动势，进而将能量与信号传递到另一个线圈。

PS：常常利用磁耦合现象实现电能或信号的非电气接触式传输。

③ 磁通 $\Phi = BS$ 单位：韦伯 wb

磁通量的大小即穿过该平面的磁感线条数的多少。

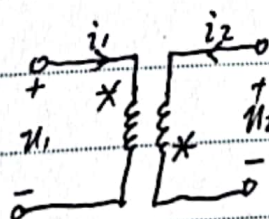
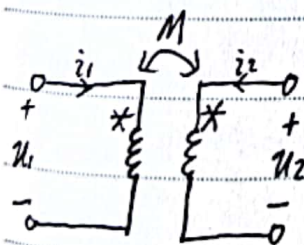
磁链 $\Psi = N\Phi$

磁链即电流回路所通过的磁通量（一圈为 Φ ， N 圈为 Ψ ké sài）

④ 互感磁链与电流的关系

自感磁链/互感磁链	$\begin{cases} \Psi_1 = L_1 i_1 + M i_2 \\ \Psi_2 = M i_1 + L_2 i_2 \end{cases}$	PS: L_1, L_2 为自感系数
均正比于激励源的线圈电流		M 为互感系数

其中自感磁链与互感磁链相互加强/相互削弱两种情况，故使用同名端，异名端区分相对方向。



改变：若原来 M 取正，方向如图(1)

仅改变线圈2的绕向，则 M 加负号

仅改变电流 i_2 的方向，则 M 加负号

规定：当自感磁通与互感磁通方向相同时，流入（或流出）的两个端子为同名端， M 取正。

当自感磁通与互感磁通方向相反时，流入（或流出）的两个端子为异名端， M 取负。

⑤ 互感电压与电流关系

线圈电流发生变化时，不仅在本线圈产生自感电动势，也在邻近线圈产生互感电动势	$\begin{cases} u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = \pm M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$	M 的正负取决于自感磁链与互感磁链的方向。

⑥ 互感储能

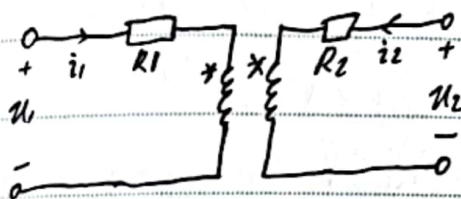
$$W = \frac{1}{2} L_1 I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 I_2^2 \pm M I_1 I_2$$

$$\text{耦合系数 } K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{\sqrt{\psi_{21} \psi_{12}}}{\sqrt{\psi_{11} \psi_{22}}}$$

$$\text{耦合系数即为互感系数与自感系数的平方根 } K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{\sqrt{\psi_{21} \psi_{12}}}{\sqrt{\psi_{11} \psi_{22}}}$$

$0 \leq K \leq 1$ 当 $K=0$ 时不耦合, 当 $K=1$ 时全耦合。

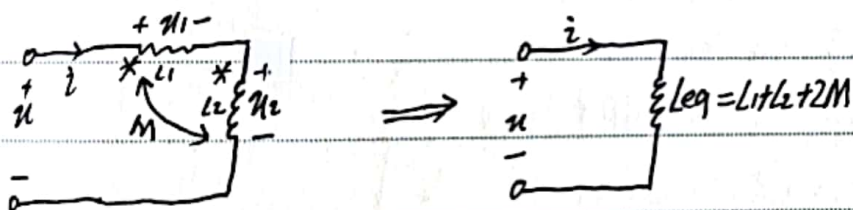
⑦ 耦合元件的电路模型



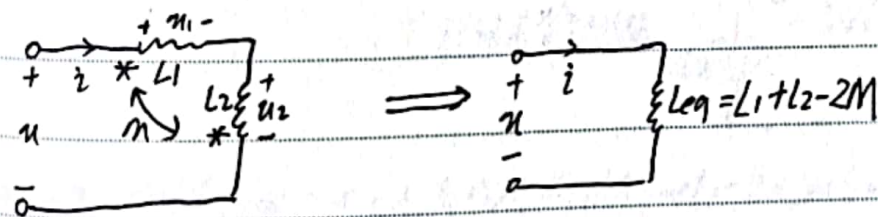
$$\begin{cases} u_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = i_2 R_2 + M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} \end{cases}$$

⑧ 互感元件的等效化简

1) 串联的互感元件

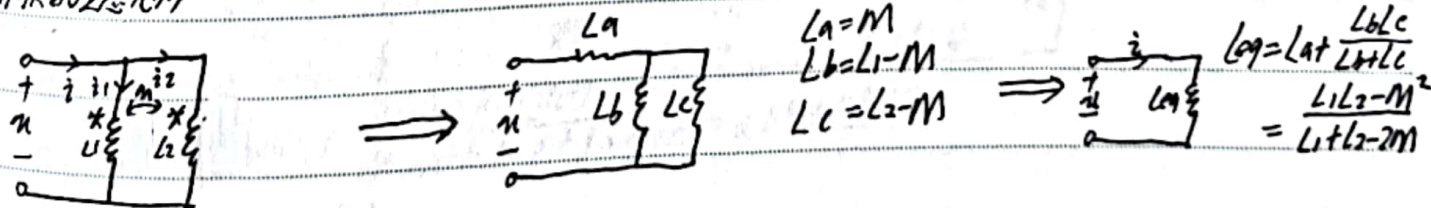


正串, 当电流从同端流入



反串, 当电流从异端流入

2) 并联的互感元件

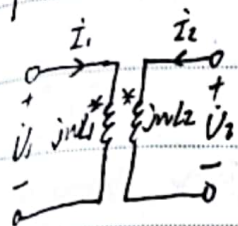


当电流从同端流入

$$\text{当电流从异端流入} \Rightarrow \begin{cases} L_a = -M \\ L_b = L_1 + M \\ L_c = L_2 + M \end{cases}$$

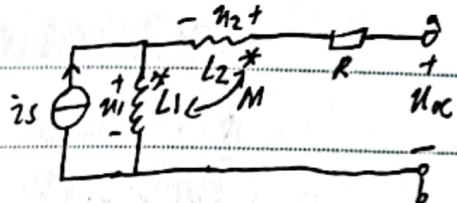
⑨ 互感元件的相量模型

$$\begin{cases} u_1 = L \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \\ u_2 = \pm M \frac{di_1}{dt} + L \frac{di_2}{dt} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 = \pm j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$



理想互感元件在正弦电路中不消耗平均功率

$$\begin{aligned} \tilde{S} &= \dot{U}_1 \dot{I}_1^* + \dot{U}_2 \dot{I}_2^* = j\omega L_1 \dot{I}_1^2 + j\omega L_2 \dot{I}_2^2 \pm j\omega M (\dot{I}_2 \dot{I}_1^* + \dot{I}_1 \dot{I}_2^*) = jB : \text{不消耗平均功率} \\ (\dot{I}_1 \dot{I}_1^* &= I_1^2) \end{aligned}$$

例5-31 已知 $R=20\Omega$, $L_1=0.1H$, $L_2=0.4H$, 耦合系数 $K=0.85$, $i_s=3\sqrt{2}\cos(100t)A$, 求该端口戴维南等效电路

$$K = \frac{M}{L_1 L_2} \therefore M = 0.17$$

$$I_s = 3\angle 0^\circ$$

1) 求开路电压

 L_1 仅自感 L_2 仅互感

$$I_1 = I_s = 3\angle 0^\circ$$

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 = 30\angle 90^\circ$$

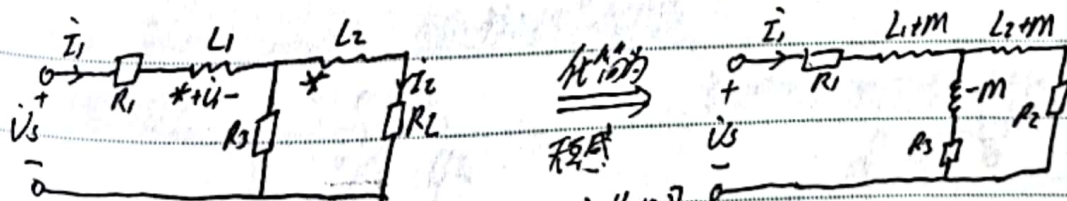
$$\dot{U}_2 = j\omega M \dot{I}_1 = 51\angle 90^\circ$$

$$\therefore \dot{U}_{oc} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = 81\angle 90^\circ = 81j$$

2) 求等效电阻 Z_{eq}

$$Z_{eq} = j\omega(L_1 + L_2 + M) + R = 20 + 84j$$

戴维南等效电路

例5-32 已知 $U_s=20\angle 0^\circ V$, $R_1=2\Omega$, $R_2=4\Omega$, $R_3=6\Omega$, $\omega L_1=2\Omega$, $\omega L_2=4\Omega$, $\omega M=1\Omega$, 求电流 I_1 , I_2 和电压 U_1 

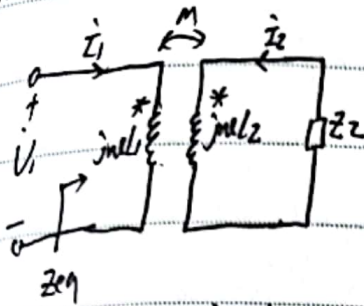
$$Z_{eq} = R_1 + j\omega(L_1 + M) + \frac{(R_3 - j\omega M)(R_2 + j\omega(L_2 + M))}{(R_3 - j\omega M) + R_2 + j\omega(L_2 + M)} = 6.864\angle 32.16^\circ$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_s}{Z_{eq}} = 2.914\angle -32.16^\circ$$

$$\dot{I}_2 = \frac{R_3 - j\omega M}{(R_3 - j\omega M) + R_2 + j\omega(L_2 + M)} \dot{I}_1 = 1.646\angle 69.429^\circ$$

$$\therefore \dot{U}_1 = j\omega(L_2 + M)\dot{I}_2 + j\omega(-M)(\dot{I}_1 - \dot{I}_2) \quad (\dot{U}_1 \text{ 的大小} \Leftrightarrow L_2 + M \text{ 与 } -M \text{ 共同的电压})$$

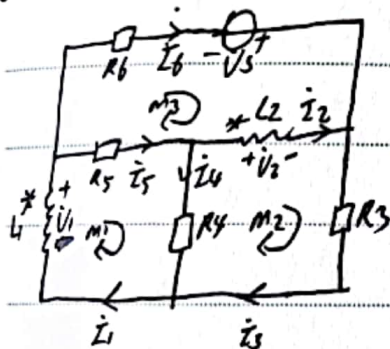
⑩ 耦合电感电路的等效



$$\begin{cases} j\omega L_1 I_1 + j\omega M I_2 = V_1 \\ j\omega M I_1 + j\omega L_2 I_2 + Z_2 I_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow Z_{eq} = \frac{(j\omega M)^2}{Z_2 + j\omega L_2} + j\omega L_1$$

$$= \frac{(j\omega M)^2}{\text{次级回路总阻抗}} + j\omega L_1$$

⑪ 回路电流法分析耦合电感的电路



$$M_1 = I_1 \quad M_2 = I_3 \quad M_3 = I_6$$

$$\begin{cases} I_5 = M_1 - M_3 = I_1 - I_6 & -V_1 = j\omega L_1 I_1 - j\omega M I_2 \\ I_2 = M_1 - M_3 = I_1 - I_6 & V_2 = j\omega L_2 I_2 - j\omega M I_1 \\ I_4 = M_1 - M_2 = I_1 - I_3 \end{cases}$$

$$\text{列写KVL} \begin{cases} -V_1 + R_5 I_5 + R_4 I_4 = 0 \\ V_2 + R_3 I_3 - R_4 I_4 = 0 \\ V_2 + R_5 I_5 - R_6 I_6 + V_3 = 0 \end{cases}$$

(M_1 和 M_3 电流是同向)
(M_2 和 M_3 电流是反向)

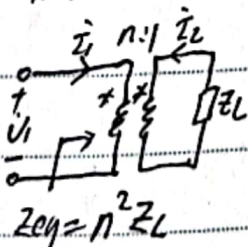
⑫ 电压互感器

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2} = n$$

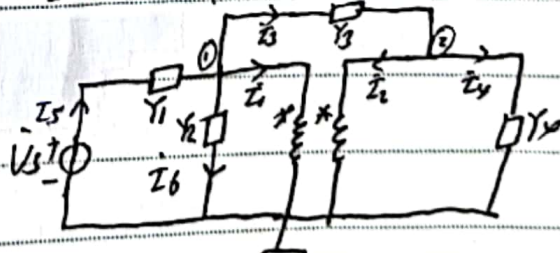
$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{N_2}{N_1} = -\frac{1}{n}$$

$$\phi_m = \frac{V_1}{R_{11} + N_1} = \frac{V_2}{R_{22} + N_2} \quad \text{铁心中磁通量相等}$$

理想变压器



当一次侧与二次侧存在电气连接时的理想变压器



$$\begin{cases} ① -I_5 + I_6 + I_1 + I_3 = Y_1(V_{n1} - V_s) + Y_2 V_{n1} + Y_3(V_{n1} - V_{n2}) + I_1 = 0 \\ ② -I_3 + I_2 + I_4 = Y_3(V_{n2} - V_{n1}) + I_2 + V_{n2} Y_4 = 0 \\ ③ \begin{cases} V_{n1} = n V_{n2} \\ I_1 = -\frac{1}{n} I_2 \end{cases} \end{cases}$$

第六章 三相电路

① 初步认识：Y三相四线制中可以得到两种电压，居民生活用的单相电即从三相四线制中获取

2) 对称的三相电路瞬时功率为常量

3) 三相电路可以看作一种复杂的交流电路，用第四章方法处理。

② 三相同步发电机：直流电流通过转子上的励磁绕组，在转子产生磁极；

转子由原动机拖动旋转，产生旋转磁场；

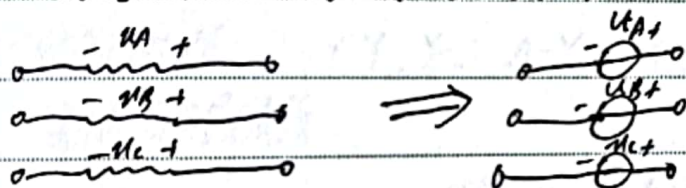
静止的定子三相绕组切割磁感线产生电动势。

(三相发电机产生 e_a, e_b, e_c 三相频率相同，幅值相同，相位相差 120° 的电动势。)

$$\text{三相电动势的频率 } f = \frac{pn}{60} \Rightarrow n = \frac{60f}{p}$$

(f 为我国电力系统频率50Hz, p 为磁极数)

PS: 因为三相发电机是定子绕组切割旋转磁场产生电动势，在研究电路问题时，把绕组不视为电压源而是电感。



$$u_A = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

$$U_A = U/\sqrt{2}$$

$$u_B = U_m \cos(\omega t + \varphi - 120^\circ)$$

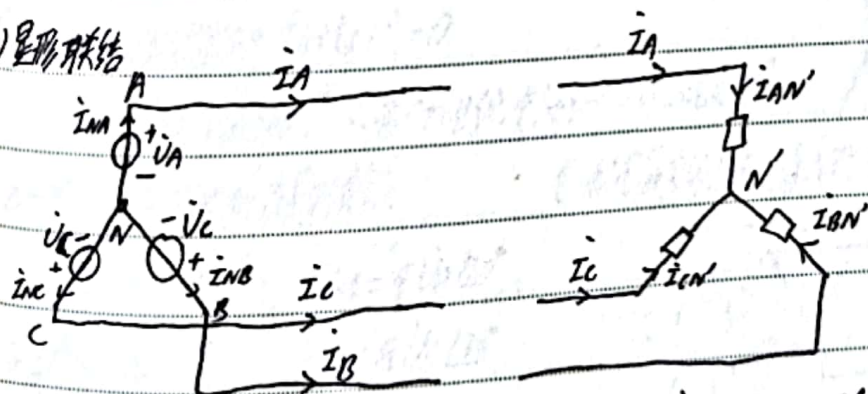
$$U_B = U/\sqrt{2} \angle -120^\circ$$

$$u_C = U_m \cos(\omega t + \varphi - 240^\circ)$$

$$U_C = U/\sqrt{2} \angle -240^\circ = U/\sqrt{2} \angle 120^\circ$$

③ 三相电源与三相负载的连接

1) 星形联结



工程描述的电压一般为线电压：380V 输电线
20KV 输电线

从A,B,C点引出的导线为端线或相线，俗称火线。

从中性点N引出的导线为中性线，俗称零线。

星形联结中：相电流=线电流 $I_A = I_{AN}, I_B = I_{BN}, I_C = I_{CN}$

相电压 U_A, U_B, U_C

线电压 U_{AB}, U_{AC}, U_{BC}

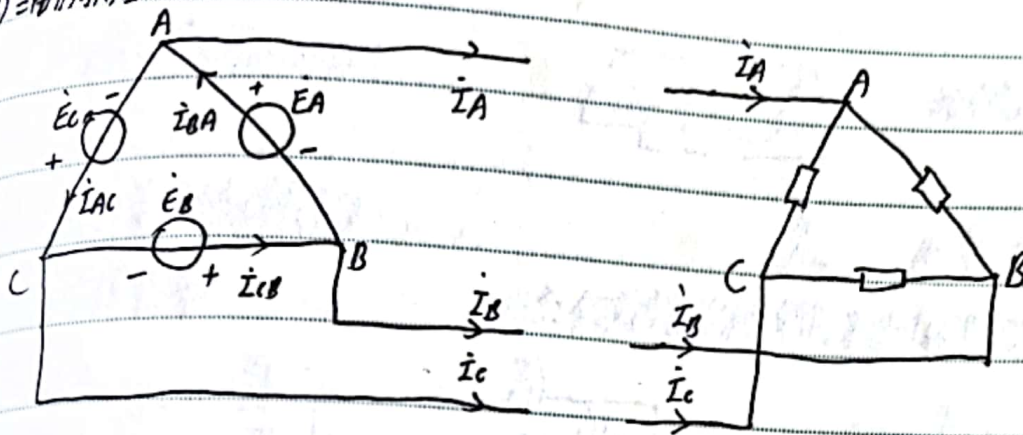
相电流 I_A, I_B, I_C

线电流 I_A, I_B, I_C

线电压 $= \sqrt{3}$ 相电压 $U_{AB} = U_A - U_B = U_A - U_A \angle -120^\circ$

同理 $U_{BC} = \sqrt{3} U_B \angle 120^\circ$ $U_{CA} = \sqrt{3} U_C \angle 120^\circ$

2) 三角形联结



线电压 = 相电压

线电流 = $\sqrt{3}$ 相电流

$$\dot{I}_A = \dot{I}_{AB} - \dot{I}_{AC} = \sqrt{3} \dot{I}_{AB} \angle -30^\circ$$

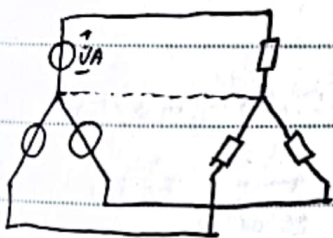
$$\dot{I}_B = \dot{I}_{CB} - \dot{I}_{BA} = \sqrt{3} \dot{I}_{BC} \angle -30^\circ$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_{AC} - \dot{I}_{CB} = \sqrt{3} \dot{I}_{CA} \angle -30^\circ$$

3) 四种三相对称电路的计算

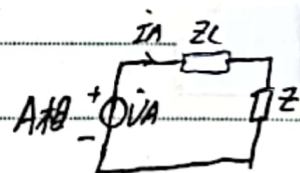
Y-Y, Y-Δ, Δ-Y, Δ-Δ

① Y-Y 星形电源与星形负载



电路分析方法: 连接中性点之间的导线

若三相电路对称, 则每一相单独分析

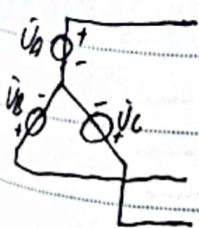


$$\begin{cases} \dot{I}_A = \frac{\dot{U}}{Z_L + Z} \\ \dot{I}_B = \dot{I}_A \angle -120^\circ \\ \dot{I}_C = \dot{I}_A \angle -240^\circ \end{cases}$$

PS: 由于三相对称时 $\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$
 ∴ 中性线内无电流流过 ∴ 有无中性线, 中性线内有无阻抗无关系

② Δ-Y 三角形电源与星形负载

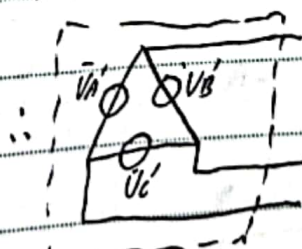
(使用等效的方法, 将Δ形电源等效成星形电源分析)



$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{3} \dot{U}_A \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{BC} = \sqrt{3} \dot{U}_B \angle 30^\circ$$

$$\dot{U}_{CA} = \sqrt{3} \dot{U}_C \angle 30^\circ$$



当已知Δ形线电压 再用Y-Y法计算

$$\text{可使 } \dot{U}_A = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{AB} \angle -30^\circ$$

$$\dot{U}_B = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{BC} \angle -30^\circ$$

$$\dot{U}_C = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{U}_{CA} \angle -30^\circ$$

Y-Δ 法同理



$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

$$R_2 = \frac{R_3 R_1}{R_3 + R_1}$$

$$R_3 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_{12} = \frac{G_2 G_3}{G_1 G_2 + G_2 G_3 + G_3 G_1}$$

$$R_{23} = \frac{G_3 G_1}{G_1 G_2 + G_2 G_3 + G_3 G_1}$$

$$R_{13} = \frac{G_2 G_3}{G_1 G_2 + G_2 G_3 + G_3 G_1}$$

③ Δ-Δ 联结

1) 不需计算传输线电阻时



$$\text{相电流 } I_{AB} = \frac{U_{AB}}{Z}$$

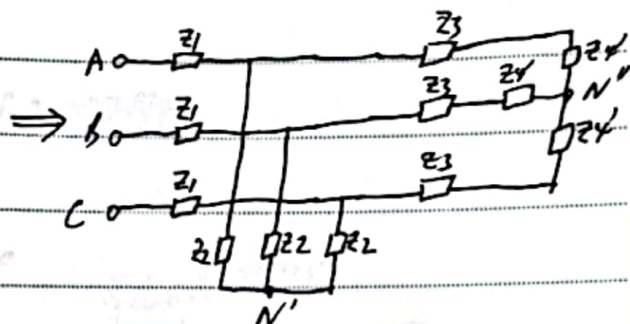
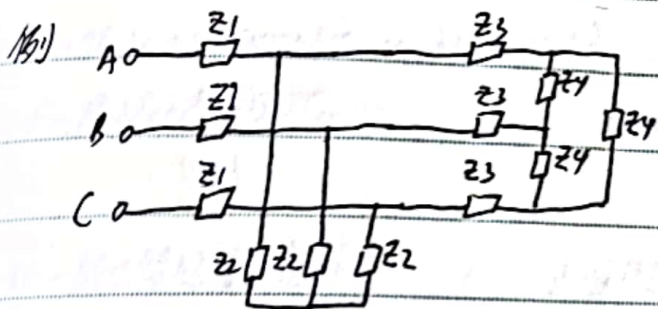
2) 需计算传输线电阻时



$$R = \frac{Z}{3} \text{ 使用Y计算}$$

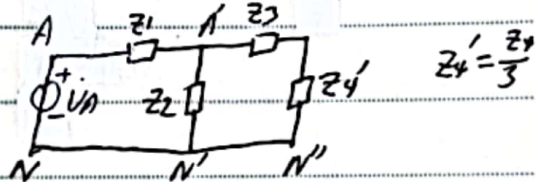
④ 存在不对称时

方法: 全部为星形等效负载, 取出一个相进行计算



取A相

⇒



$$Z_4' = \frac{Z_4}{3}$$

若 $U_{AB} = 380 \angle 0^\circ$ $Z_1 = 5j$ $Z_2 = 30 + 40j$ $Z_3 = 20\Omega$ $Z_4 = 90\Omega$, 求负载相与线电流

$$U_A = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{AB} \angle -30^\circ = 220 \angle -30^\circ$$

$$Z_4' = \frac{Z_4}{3} = 30\Omega$$

$$U_{AN'} = \frac{U_A / Z_1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3}} = 201 \angle -38.92^\circ$$

求线电压则求线电压

$$\therefore U_{AB'} = \sqrt{3} U_{AN'} \angle 30^\circ = 348 \angle -8.92^\circ$$

$$U_{BC'} = 348 \angle -128.92^\circ$$

$$U_{CA'} = 348 \angle 101.58^\circ$$

负载相电流 I_{Z1} 等



$$\therefore \text{相电流} = \frac{\text{相电压}}{Z}$$

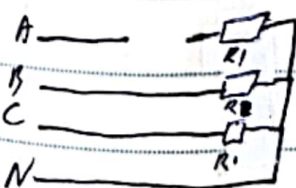
Z_4 部分 (假设不坏, 不多考虑这类情况, 考试只会考 Δ 形负载)

相电压

$$\Delta = \frac{\text{线电压}}{\sqrt{3}}$$

⑤ 不对称三相电路

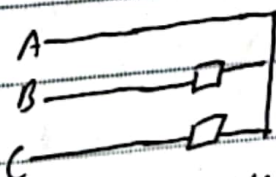
(不考)



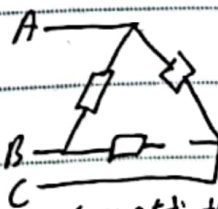
有一相断路, 且有中线线

负载相电压 = 电源相电压

进线电压影响本相负载

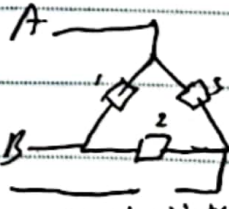


有一相短路, 且无中线线
则另外两相负载电压由线电压分压
承受相电压 → 承受线电压



三角形负载相电压

则其他两相负载不受影响



若一相断路

则1不受影响

2, 3 串联降低电压

① 三相电路功率的计算

$$\text{电压 } u_A = E \cos \omega t$$

$$\text{电流 } i_A = E I \cos(\omega t - \varphi)$$

$$P_A = u_A i_A = VI \cos \varphi + VI \cos(2\omega t - \varphi)$$

$$P_B = u_B i_B = VI \cos \varphi + VI \cos(2\omega t - \varphi - 240^\circ)$$

$$P_C = u_C i_C = VI \cos \varphi + VI \cos(2\omega t - \varphi - 480^\circ)$$

$$P = P_A + P_B + P_C = 3VI \cos \varphi$$

$\therefore$ 三相电路瞬时功率平衡。

15: 一般工程上应用线电压线电流

$$P = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

无论 Δ 或 Y 联结

$$Q = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi$$

例 6-5-1, 例 6-5-2 P223

第4章 线性非正弦周期电流电路

① 线性非正弦周期电路即电流电压是时间的非正弦周期量。

非正弦周期量产生的原因：

- ① 电源本身为非正弦周期量
- ② 多个正弦周期电源，但频率不同
- ③ 电路中存在非线性元件。
- ④ 铁磁材料磁饱和性。

② 在电子信息技术中广泛使用非正弦周期信号。

在电力系统中尽量避免非正弦电流电压，因为非正弦周期信号的高次谐波会使 { 电动机性能变坏，仪表不稳
电能损耗增加，误动作...

③ 信号研究的基础原理——傅里叶级数。

若 $f(t)$ 为非正弦周期信号，则 $f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_1 t) + b_k \sin(k\omega_1 t)]$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(k\omega_1 t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin(k\omega_1 t) dt$$

$$= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cos(k\omega_1 t + \varphi_k)$$

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$$

$$A_{km} = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$$

$$\varphi_k = \arctan \frac{-b_k}{a_k}$$

由上式任一非正弦周期信号可分解成 $f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \cos(k\omega_1 t + \varphi_k)$ 的形式

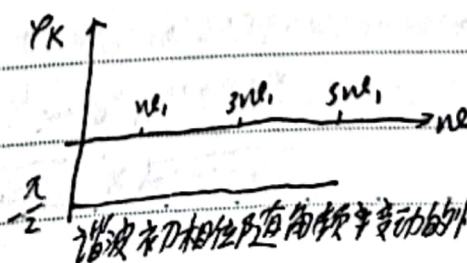
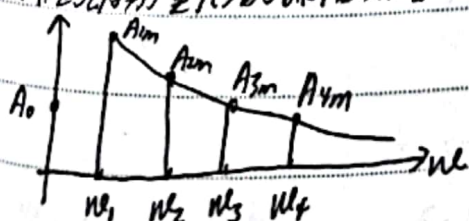
A_0 为常量，即 $f(t)$ 的直流分量或平均值 $A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$ 是 $f(t)$ 的平均值

$A_{km} \cos(k\omega_1 t + \varphi_k)$ 为 $f(t)$ 的基波或一次谐波

$A_{km} \cos(2k\omega_1 t + \varphi_k)$ 为 $f(t)$ 的二次谐波，除基波以外均称为高次谐波。

∴ 非正弦周期量 $f(t)$ 的振幅频谱

非正弦周期量的相位频谱



谐波初相位随角频率变动的情形

谐波初相位随角频率变动的情形

④ 平均值 (恒定量)

1) $A_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt$

电感电压的平均值为0

电容电流的平均值为0

2) 对绝对值定义的平均值

用于电力电信工程领域

$$A_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)| dt$$

例如正弦电压对绝对值定义下的平均值

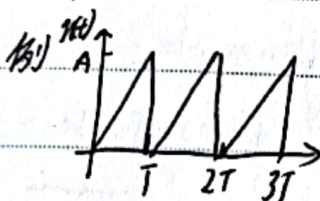
$$U_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T U_m \sin(\omega t) dt = \frac{2U_m}{T} \int_0^{\frac{T}{2}} \sin \omega t dt = \frac{2U_m}{\pi} = 0.900U$$

⑤ 有效值

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f(t)^2 dt}$$

 A_0 是直流量

$$= \sqrt{A_0^2 + A_1^2 + A_2^2 + \dots}$$

 A_1, A_2, A_3 是各谐波分量的有效值

该电压有效值:

$$u(t) = \frac{A}{T} t$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{A}{T} t\right)^2 dt} = \frac{A}{\sqrt{3}}$$

例: $i = 14.707 \cos(\omega t - 20^\circ) + 0.42 \cos(2\omega t + 50^\circ) A$ 的有效值

$$I = \sqrt{1^2 + \frac{0.707^2}{2} + \frac{0.42^2}{2}} = 1.16 A$$

⑥ 波形因数的描述:

1) 波形因数 $k_f = \frac{A}{A_{av}}$

对有效值与对绝对值的平均值之比。

2) 波顶因数 $K_a = \frac{A_m}{A}$

周期量最大值与有效值之比。

3) 谐波总畸变率 $THD = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} A_k^2}}{A_1}$

高次谐波有效值平方和的平方根比基波有效值。

⑦ 端口网络的平均功率:



$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi = \frac{\Delta W}{T} \quad \therefore \text{电感一个周期所储能量为0}$$

例: 若输入电压 $u_0 = 50 + 84.6 \cos(\omega t + 50^\circ) + 56.6 \cos(2\omega t + 70^\circ) V$

$$i_0 = 1 + 0.707 \cos(\omega t - 20^\circ) + 0.424 \cos(2\omega t + 50^\circ) A$$

$$P = 50 \times 1 + \frac{84.6 \times 0.707}{2} \cos 50^\circ + \frac{56.6 \times 0.424}{2} \cos(-40^\circ) = 78.42 W$$

⑧ 端口网络的视在功率:

$$S = UI = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots} \times \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$$

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

⑦ 非正弦周期电流电路的计算

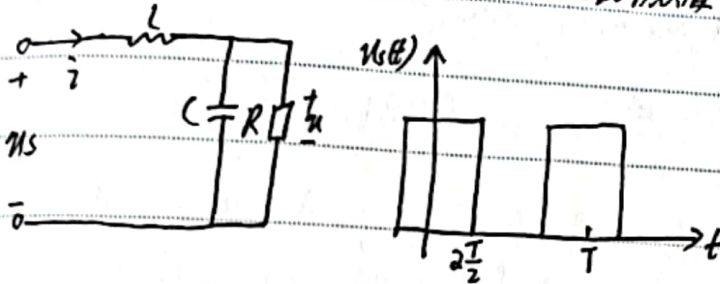
① 求恒定分量引起的响应

方法: 非正弦周期信号激励 $\Rightarrow$ 恒定分量 + 一次谐波分量 + 二次谐波分量 (叠加原理)

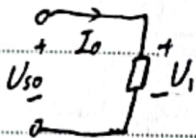
② 求谐波分量引起的响应

相量法

例 $L=10\text{mH}$, $C=2\mu\text{F}$, 输入为矩形脉冲电压, 占空比 $\alpha=0.6$, 频率 $f=5000\text{Hz}$, 电压振幅 $U_m=100\text{V}$, 负载电阻 $R=200\Omega$, 求电感电流 i 与负载端电压 u 以及它们的有效值, 再求电源提供的平均功率。

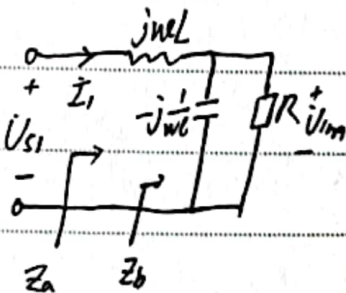


$$u_s(t) = (60 + 60.546 \cos \omega t - 18.710 \cos 2\omega t) \text{ V} = U_{s0} + u_{s1} + u_{s2}$$

1) $U_{s0} = 60\text{V}$ 单独起作用时

$$I_0 = 0.3\text{A}$$

$$U_1 = 60\text{V}$$

2) $u_{s1} = 60.546 \cos \omega t$ 引起的响应

$$Z_b = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega RC} = 15.86 \angle -85.5^\circ$$

$$Z_a = j\omega L + Z_b = 298.347 \angle 89.758^\circ$$

$$i_{1m} = \frac{U_{s1m}}{Z_a} = \frac{60.546 \angle 0^\circ}{298.347 \angle 89.758^\circ} = 0.203 \angle -89.758^\circ$$

$$i_1 = 0.203 \cos(\omega t - 89.758^\circ)$$

$$U_{1m} = \frac{U_{s1m} Z_b}{Z_a} = 3.220 \angle -175.208^\circ$$

$$u_1 = 3.220 \cos(\omega t - 175.208^\circ)$$

3) $u_{s2} = -18.710 \cos 2\omega t$ 引起的响应

$$Z_b = 7.932 \angle -87.727^\circ$$

$$Z_a = 620.373 \angle 89.971^\circ$$

$$i_{2m} = \frac{U_{s2m}}{Z_a} = \frac{-18.710 \angle 0^\circ}{620.373 \angle 89.971^\circ} = 0.03 \angle 90.029^\circ$$

$$i_2 = 0.03 \cos(2\omega t + 90.029^\circ)$$

$$U_{2m} = 0.240 \angle 2.308^\circ$$

$$u_2 = 0.24 \cos(2\omega t + 2.308^\circ)$$

$$\therefore i = 0.3 + 0.203 \cos(\omega t - 89.758^\circ) + 0.03 \cos(2\omega t + 90.029^\circ)$$

$$I_L = \sqrt{0.3^2 + \frac{0.203^2}{2} + \frac{0.03^2}{2}} = 0.303\text{A}$$

$$U_R = \sqrt{60^2 + \frac{3.22^2}{2} + \frac{0.17^2}{2}} \approx 60.43\text{V}$$

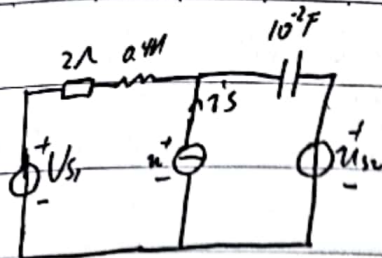
$$4) P = \sum P_i = 60 \times 0.3$$

$$+ \frac{0.203 \times 60.546}{2} \cos 89.758^\circ$$

$$+ \frac{0.03 \times 18.710}{2} \cos(180^\circ - 90.029^\circ)$$

$$= 18.026\text{W}$$

例2:



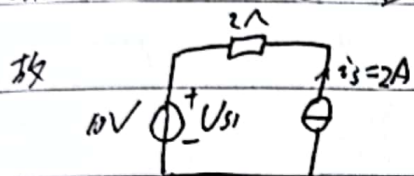
$$U_s = 10V \quad u_{s2} = 205 \cos(\omega t)$$

$$i_s = 2\sqrt{2} \cos(\omega t) \quad \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

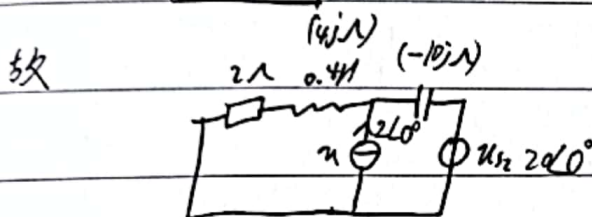
1) 求电流源端电压及其有效值

2) 求电流源发出的平均功率

1) 三个电源包含直流与交流，在使用叠加定理时将直流放组，交流放一组



$$\therefore U_0 = 10 + 2 \times 2 = 14V$$



$$\therefore \text{电压法} \quad \dot{U}_1 \left(\frac{1}{2+j} + \frac{1}{-j} \right) = 2 + \frac{20}{-j}$$

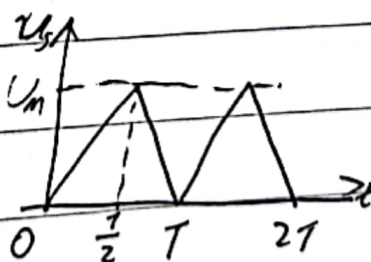
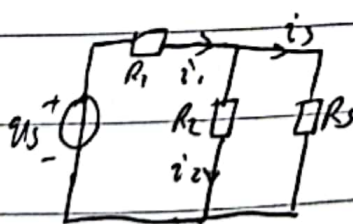
$$\dot{U}_1 = 20 \angle 90^\circ V$$

$$\therefore u = u_1 + u_0 = 20 \cos(\omega t + 90^\circ) + 14$$

$$\therefore U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2} = \sqrt{14^2 + 20^2} = 24.4V$$

$$2) P = U_0 I_0 + U_0 I_0 \cos \varphi = 14 \times 2 + 20 \times 2 \times \cos 90^\circ = 28W$$

注: 当电路中含有非线性元件(电阻)时, 则不需叠加定理, 直接即可。



$$R_1 = 20\Omega \quad R_2 = 30\Omega$$

$$R_3 = 15\Omega \quad U_m = 90V$$

求 i_3 有效值及 R_3 消耗功率

$$i_3 = \frac{u_s}{45}$$

$$u_s = \frac{2U_m}{T}t \quad (0 \leq t \leq \frac{T}{2})$$

$$= -\frac{1}{45} \left(\frac{2U_m}{T}t - 2U_m \right) \quad (\frac{T}{2} \leq t \leq T)$$

$$\therefore i_3 = \begin{cases} \frac{1}{45} \left(\frac{2U_m}{T}t \right) & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \\ -\frac{1}{45} \left(\frac{2U_m}{T}t - 2U_m \right) & \frac{T}{2} \leq t \leq T \end{cases}$$

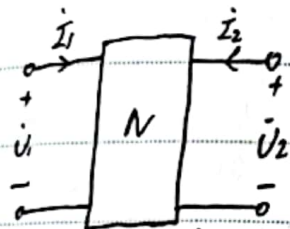
$$\therefore I_3 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_3^2 dt} = \frac{2}{3} = 1.15A$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T i_3^2 R_3 dt = I_3^2 R_3 = \left(\frac{2}{3} \right)^2 \times 15 = 20W$$

第1章 电路的频率特性

- ① 对于正弦电路，响应与激励是同频率的正弦量。
- ② 对于非正弦电路，即包含电感电容的电路，当激励发生变化（仅改变激励的频率，不改变激励的幅值），则响应的幅值和相位都会改变。
- 本讲研究电路的频率特性，即研究频率改变而幅值不变时，电路的正弦稳态响应的分析方法与典型电路。

8-1 网络函数：用网络函数表达电路的响应随频率变化。

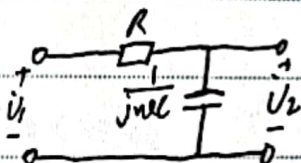


正弦交流电路相量模型满足齐性定理。

$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = |H(j\omega)| \angle \theta(j\omega)$$

8-2 简单实用电路

① RC电路：



$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{j\omega C}{R + j\omega C} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

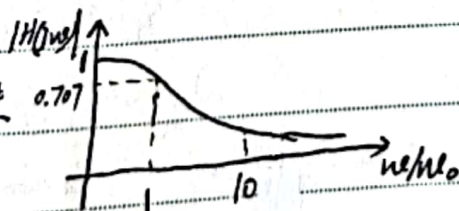
$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad \theta(j\omega) = -\arctan \omega RC$$

令 $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ ω_0 为 RC 电路的固有角频率/自然角频率。

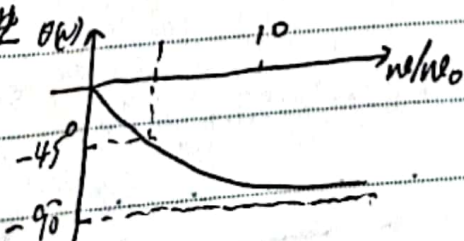
$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}} \quad \theta(\omega) = -\arctan(\frac{\omega}{\omega_0})$$

频率特性

① 幅频特性



② 相频特性



结论：由幅频特性可知，当输入电压有效值不变的情况下，随着激励频率的升高，输出电压的有效值将减小。

一般认为有效值下降到 0.707 时为截止信号。

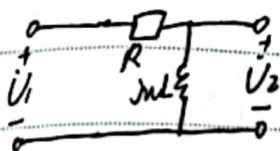
截止频率 $\omega = \omega_0$ 。

故激励频率 ($\omega < \omega_0$) 的范围为通带，信号顺利通过 ($\omega > \omega_0$) 的范围为阻带，信号不易通过。

∴ RC 电路又叫低通滤波器。

由相频特性可知，输出电压总是滞后于输入电压。当 $\omega = \omega_0$ 时，滞后 45° 。

② RL 电路



$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}$$

$$\theta(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\omega L}{R}$$

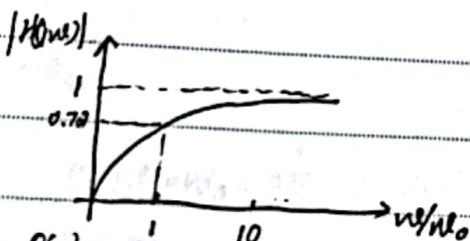
$$\text{令 } \omega_0 = \frac{R}{L}$$

ω_0 为 RL 电路固有角频率

$$\therefore |H(j\omega)| = \frac{\frac{\omega}{\omega_0}}{\sqrt{1 + (\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

$$\theta(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{\omega}{\omega_0}$$

频率特性 { ① 幅频特性

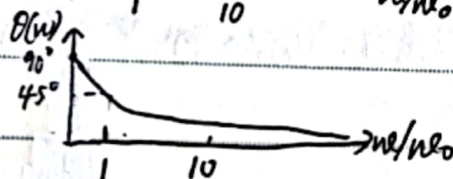


$\therefore$ 高通滤波器

当频率远大于 $(\omega_0 + 10)$ 时通带

$(0.1\omega_0)$ 时阻带

② 相频特性



$\omega_0 = \omega_0 = \frac{R}{L}$ 为截止频率。

当输出超前于输入时，当 $\omega = \omega_0$ 超前 45°

③ RLC 电路



$$H(j\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{j\omega / RC}{-\omega^2 + j\omega(R/L) + 1/LC}$$

$$\text{RLC 电路中品质因数 } Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$\text{固有角频率 } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

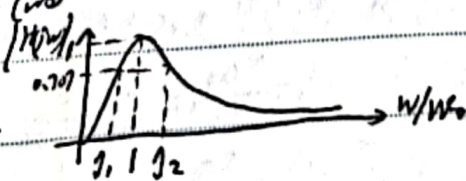
$$|H(j\omega)| = \frac{Q(\frac{\omega}{\omega_0})}{\sqrt{(1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2)^2 + Q^2(\frac{\omega}{\omega_0})^2}}$$

$$\theta(\omega) = \frac{\pi}{2} - \arctan \frac{Q(\frac{\omega}{\omega_0})}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2}$$

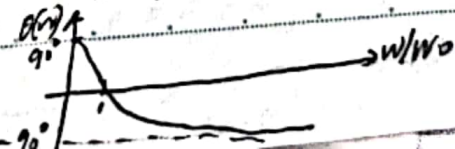
$\therefore$ 带通滤波器

$$BW = (\beta_2 - \beta_1) \omega_0 \text{ 为带宽}$$

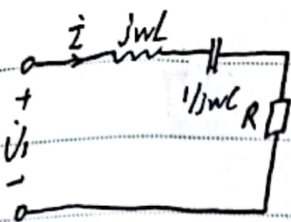
频率特性 { ① 幅频特性



② 相频特性



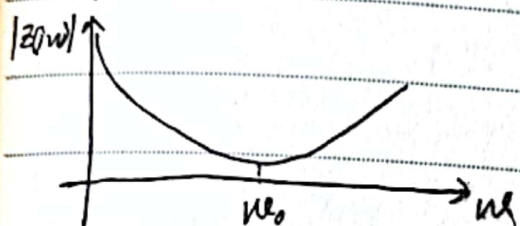
8.3 RLC 串联电路的谐振特性



$$Z(j\omega) = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + R = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$$

$$|Z(j\omega)| = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

$$\theta(\omega) = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$



当 $\omega = \omega_0$ 时 $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ 即 $\omega_0 = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

此时阻抗模最小, 且阻抗为纯电阻, 此时记为谐振: 电源电压相位与电流相位相同。

谐振角频率 $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

谐振频率 $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

特性: 发生谐振时 ① $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

② 此时电路呈阻性, 等效于纯电阻

③ 谐振时电路电流最大 $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}$, 且电压相位与电流相位相同

品质因数 $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 R C}$ 即谐振时阻抗与电阻之比

通带宽度 $BW = \frac{\omega_0}{Q} = \frac{R}{L}$ 即通带宽度与品质因数成反比

RLC 串联电路中截止角频率

$$\omega_{c1} = \omega_0 \left[-\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} \right]$$

$$\omega_{c2} = \omega_0 \left[\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} \right]$$

$$\Rightarrow f_{c1} = f_0 \left[-\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} \right]$$

$$f_{c2} = f_0 \left[\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} \right]$$

$$\therefore BW = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{\omega_0}{Q}$$

若 BW 单位 Hz $BW = \frac{f_0}{Q}$

例: 设计 RLC 带通滤波器, 已知电阻 $R = 20 \Omega$, 要求谐振频率 $f_0 = 10^4 \text{ Hz}$, 带宽 $BW = 10^3 \text{ Hz}$, 求电感 L , 电容 C 截止频率

$$BW = \frac{f_0}{Q} \quad \therefore Q = \frac{f_0}{BW} = \frac{10^4}{10^3} = 10$$

$$f_0 = 10^4 \quad \omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi \times 10^4$$

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_0 L}{R} \quad \therefore L = \frac{QR}{\omega_0} = \frac{10 \times 20}{2\pi \times 10^4} = 3.18 \text{ mH}$$

$$C = \frac{1}{\omega_0 Q R} = \frac{1}{10 \times 20 \times 2\pi \times 10^4} = 0.0796 \text{ \mu F}$$

$$f_{c1} = f_0 \left(-\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} \right) = f_0 \left(-\frac{1}{20} + 1 \right) = 9500 \text{ Hz}$$

$$f_{c2} = f_0 \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \left(\frac{1}{2Q}\right)^2} \right) = f_0 \left(\frac{1}{20} + 1 \right) = 10500 \text{ Hz}$$

第十章 线性电路暂态响应的时域分析

① 前几章研究稳态电路，但当激励参数发生突然变化时，需研究暂态响应

② 本章内容

① 时域分析概述

② 电路量的初始值

③ 一阶电路

零输入响应

零状态响应

全响应

④ 3类分量

自由分量

稳态分量

暂态分量

时间常数

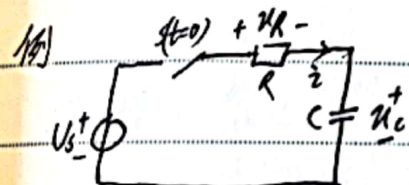
⑤ 二阶电路特点及方程列写

10-1 概述

① 换路：引起电路工作状态的改变（开关关闭，电源量值改变，发生故障...）

② 暂态过程：由于电容电感吸收释放能量需要一段过程而形成暂态过程，

又由于暂态响应既不是直流量又不是正弦或正弦稳态量，故既不能在电路中把电容电感视为开断，也不能使用阻抗，故使用线性微分方程描述，以时间为变量，故称微分方程法。



$$\begin{cases} U_s = u_R + u_C = iR + u_C \\ i = C \frac{du_C}{dt} \\ u_C(0_+) = U_s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U_s \\ u_C(0_+) = U_s \end{cases}$$

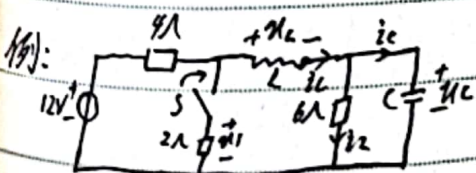
10-2 电路量的初始值：即换路后瞬间的值用 $i(0_+)$ 表示。

① 电容电感为储能元件 $W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}LI^2$ $\therefore$ 电容电压 u_C 与电感电流 i_L 代表电路的储能状态，是连续变化的，为电路的状态变量，即遵循换路规律

$\therefore$ 换路前 $W_C(0_+) = W_C(0_-)$

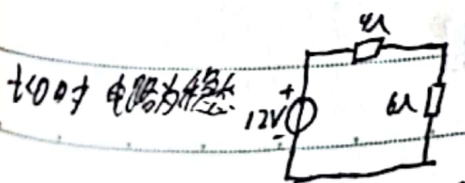
$u_C(0_+) = u_C(0_-)$ $i_L(0_+) = i_L(0_-)$ 即换路后瞬间电容电荷与电压不变，

$i_C(0_+) = i_C(0_-)$



$t < 0$ 时开关为虚开，电路为稳态， $t = 0$ 时开关接通，

求初始值 $i_C(0_+)$, $u_C(0_+)$, $i_L(0_+)$, $u_L(0_+)$, $i(0_+)$



对节点列 KVL $u_C - 12 + \frac{9}{2} + 1.2 = 0$

$$i_C(0_+) = 1.2A$$

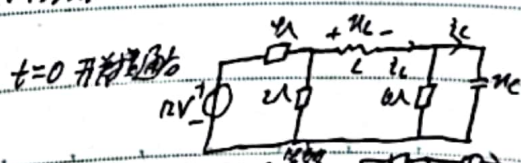
$$u_C(0_+) = 0V$$

$$i_L(0_+) = 1.2A$$

$$u_L(0_+) = 7.2V$$

$$i(0_+) = 2.4V$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_+) - u_C(0_-) = 2.4V - 2.2V = 0.2V$$



$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 7.2V$$

$$i_C(0_+) = i_C(0_-) = 1.2A$$

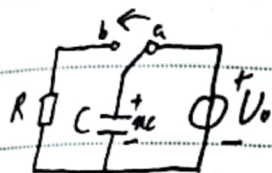
$$i_C(0_+) = i_C(0_+) - i_C(0_-) = 0A$$

10-3 一阶电路的零输入响应

① 一阶电路：电路中除电阻外仅含一个电感或电容的电路，或经变换等效为仅含一个电感或电容的电路。

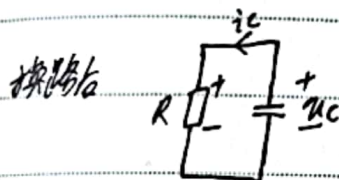
- ② 一阶电路的三种激励的来源
- ① 零输入响应：切换后电路中无独立电源，仅由原始储能引起的响应。
 - ② 零状态响应：切换前无原始储能，切换后仅由独立电源引起的响应。
 - ③ 全响应：由原始储能和独立电源共同引起的响应。

③ RC电路的零输入响应



$t=0$ 时开关由a→b.

分析由0时, u_c, i_c 变化规律



$$u_R + u_C = i_c R + u_C = 0$$

$$i_c = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\therefore RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = U_0$$

求解方程 $\frac{du_C}{u_C} = -\frac{dt}{RC}$

$$\ln u_C = -\frac{t}{RC} + A'$$

$$u_C = A e^{-\frac{t}{RC}} \quad A = e^{A'}$$

$$u_C(0_+) = A = U_0$$

$$\therefore u_C = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad i_c = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

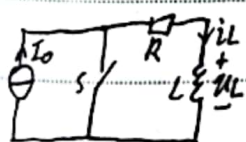
分析：零输入响应，即 u_C, i_c 都从初始值开始，以 $e^{-\frac{t}{RC}}$ 规律衰减直到零，衰减以指数规律方式下降。

时间常数 $\tau = RC$ ，时间常数越大，放电时间越长

τ 即电压由1下降到36.8%的时间，一般认为 $5\tau \sim 5\tau$ 放电结束。

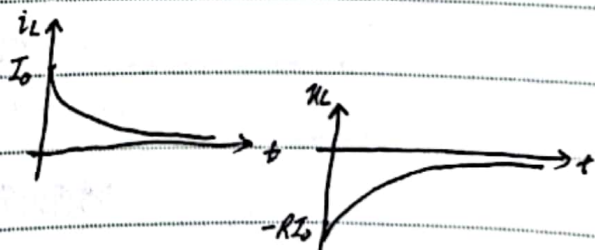
时间常数即能量衰减速率。

④ RL电路的零输入响应



$t=0$ 时开关接通

分析：RL电路的时间常数为 $\frac{L}{R}$



换路前 $i_L(0_-) = I_0$

换路后 $i_L(0_+) = i_L(0_-) = I_0$

$$u_L + u_R = L \frac{di_L}{dt} + i_L R = 0$$

求解方程 $\frac{di_L}{i_L} = -\frac{R}{L} dt$

$$\ln i_L = -\frac{R}{L} t + A'$$

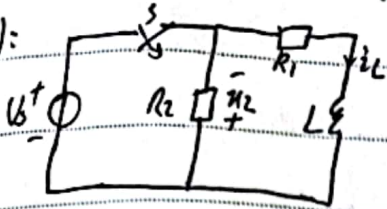
$$i_L = A e^{-\frac{R}{L} t} \quad A = e^{A'}$$

$$i_L(0_+) = A = I_0$$

$$\therefore i_L = I_0 e^{-\frac{R}{L} t} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad u_L = L \frac{di_L}{dt} = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

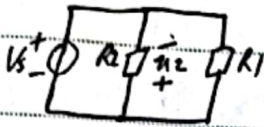
$\tau = \frac{L}{R}$ $L \uparrow$ 电感值越大 $\tau \uparrow$ 放电时间越长
 $R \downarrow$ 电阻值越小 $\tau \downarrow$ 放电时间越短

例:

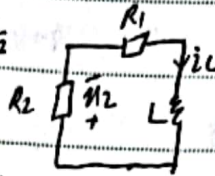


$U_s = 35V, R_1 = 5\Omega, R_2 = 5k\Omega, L = 0.4H$
 $t < 0$ 时电路处于直流稳态, $t = 0$ 时开关 S 打开
 $t > 0$ 时求 i_L 及开关两端电压 u_k

换路前



换路后



$$i_L(0_-) = 7A$$

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 7A$$

$\therefore$ 零输入响应 $i_L = i_L(0_+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

$$\tau = \frac{L}{R} = 8 \times 10^{-4}s$$

$$\therefore i_L = 7e^{-1.25 \times 10^4 t} A$$

$$\therefore u_k = R_2 i_L = 3.5 \times 10^4 e^{-1.25 \times 10^4 t}$$

$$\therefore U_s = u_k - u_L \quad \therefore u_k = U_s + u_L = (35 + 3.5 \times 10^4 e^{-1.25 \times 10^4 t}) V$$

$$\therefore u_k(0_+) = 35 + 3.5 \times 10^4 = 35000V$$

综上: 在 $t=0$ 时为受输入响应时, 即由电路中感生引起换路后响应新的电路时

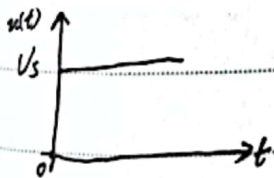
$$RC: \quad u_c = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = RC \quad i_c = \frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$RL: \quad i_L = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \tau = \frac{L}{R} \quad u_L = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

10-4 阶跃电源与脉冲电源下的零状态响应

① 阶跃电源

即 $t < 0$ 时 $u_k = 0$, $t > 0$ 时, $u_k = U_s$



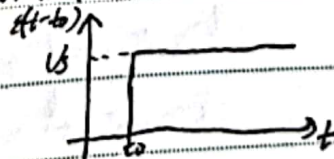
单位阶跃函数 $\varepsilon(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$ ($t=0$ 处任意)

$u(t) = U_s \varepsilon(t)$ 即用于表示阶跃电压

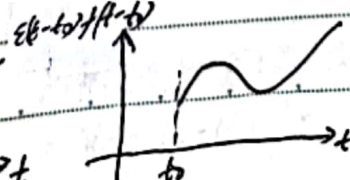
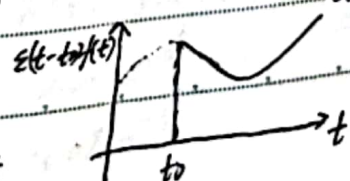
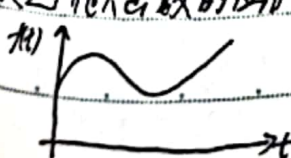
② 延迟阶跃函数

$\therefore$ 即在 $t=t_0$ 时发生跃变, 则使用延迟阶跃函数

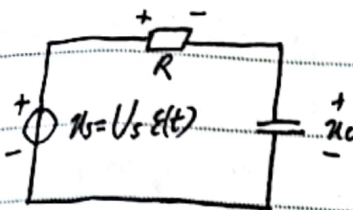
$$\varepsilon(t-t_0) = \begin{cases} 0 & t < t_0 \\ 1 & t > t_0 \end{cases}$$



延迟阶跃函数的应用



② 阶跃电源作用下的RC电路零状态响应



$$u_R + u_C = u_s = U_s$$

$$u_R = iR \quad i = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\begin{cases} RC \frac{du_C}{dt} + u_C = U_s \\ u_C(0+) = u_C(0-) = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} u_C = U_s - U_s e^{-\frac{t}{\tau}} \\ i = \frac{U_s}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases} \quad \tau = RC$$

其中 $t \rightarrow \infty$ $u_C = U_s$ 即 u_C 的稳态分量

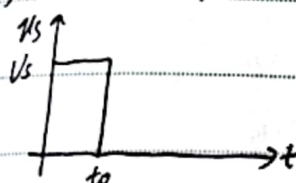
$u_{Ch} = -U_s e^{-\frac{t}{\tau}}$ 即 u_C 的暂态分量

在阶跃电源、正弦电源、阶跃电源产生的响应中

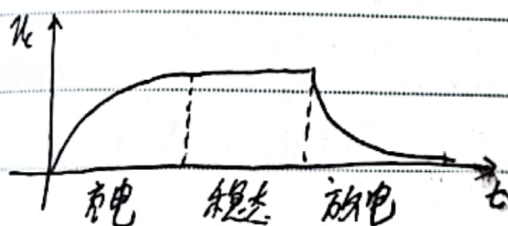
强制分量 = 稳态分量 自由分量 = 暂态分量

③ 矩形脉冲作用下的RC电路零状态响应

1) 矩形脉冲电压



$$u_s = U_s \epsilon(t) - U_s \epsilon(t - t_0)$$



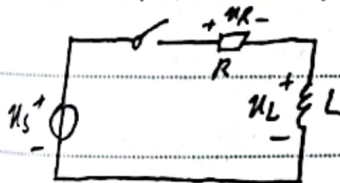
充电时: $u(t) = U_s - U_s e^{-\frac{t}{\tau}}$

稳态: $u(t) = U_s$

放电时: $u(t) = U_s e^{-\frac{t}{\tau}}$

④ 正弦电源作用下的零状态响应

(正弦电源为激励, 一般电路均为RL电路)



$$u_s = u_R + u_L = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$\text{响应} \begin{cases} \text{稳态分量 } i_p & i_p = I_m \cos(\omega t + \varphi_i) \\ \text{暂态分量 } i_h & i_h = -I_m \cos \varphi_i e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

$$\text{响应 } i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i) - I_m \cos \varphi_i e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\text{其中 } I_m = \frac{U_m}{R + j\omega L} = \frac{U_m}{|Z|} \angle \varphi_u - \varphi = \frac{U_m}{|Z|} \angle \varphi_i$$

当 $\varphi_i = \varphi_u - \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ 时

$$i_h = -I_m \cos \varphi_i e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$i_p = I_m \cos(\omega t \pm \frac{\pi}{2}) \quad i = i_p + i_h$$

当 $\varphi_i = \varphi_u - \varphi = 0$ 时

$$i_h = -I_m \cos \varphi_i e^{-\frac{t}{\tau}} = -I_m e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_p = I_m \cos \omega t \quad i = i_p + i_h$$

当 $\varphi_i = \varphi_u - \varphi = \pi$ 时

$$i_h = -I_m \cos \varphi_i e^{-\frac{t}{\tau}} = I_m e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i_p = I_m \cos(\omega t \pm \pi) \quad i = i_p + i_h$$

RL电路响应 = 零输入响应 + 零状态响应的叠加。

RC电路阶跃电源下零状态响应 $u_C = U_s - U_s e^{-\frac{t}{\tau}}$ (参考前节)

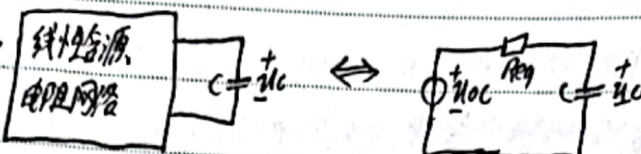
$$\therefore u_C = U_s - U_s e^{-\frac{t}{\tau}} + U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

RC电路零输入响应 $u_C = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

RL电路零输入响应 $i_L = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

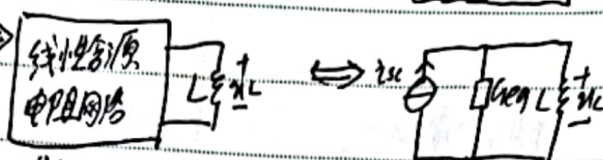
10-6 一阶电路暂态响应的一般形式

对于仅含一个电容的线性电路



$$\begin{cases} R_{eq}C \frac{du_C}{dt} + u_C = u_{C0C} \\ u_C(0_+) = U_0 \end{cases}$$

对于仅含一个电感的线性电路



$$\begin{cases} R_{eq}L \frac{di_L}{dt} + i_L = i_{L0L} \\ i_L(0_+) = I_0 \end{cases}$$

等效于 $\begin{cases} \frac{df(t)}{dt} + \frac{1}{\tau} f(t) = g(t) \\ f(0_+) = f_0 \end{cases}$

$f(t)$ 为电容电压 $u_C(t)$ 或电感电流 $i_L(t)$

τ 为时间常数 $\tau = RC = \frac{L}{R}$

R_{eq} 为从 L 或 C 看进去的等效电阻

通解 $f(t) = f_p(t) + [f(0_+) - f_p(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

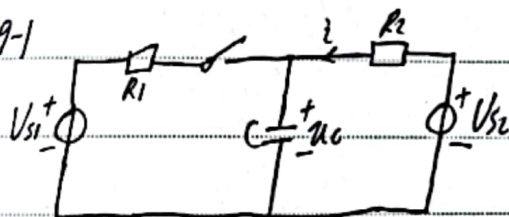
$f_p(t) = \text{稳态值} = f(\infty) = f_p(0_+)$

$$\begin{cases} u = u_d(t) + [u(0_+) - u_d(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}} \\ i = i_p(t) + [i(0_+) - i_p(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}} \end{cases}$$

$\therefore f(t) = f(\infty) + [f(0_+) - f(\infty)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

$\therefore$ 已知 τ , 已知 $f(\infty)$, 已知 $f_p(t)$ 则可求出 $f(t)$

例 10-9-1



$R_1 = 30\Omega, R_2 = 60\Omega, C = 0.5F, V_{S1} = 60V, V_{S2} = 30V$

$t < 0$ 时开关断开, $t = 0$ 时开关闭合, 求 $t > 0$ 时电压 u_C 与电流 i 。

$u_C = u_d(t) + [u_C(0_+) - u_d(0_+)]e^{-\frac{t}{\tau}}$

$u_d(t) = u_C(\infty) = 50V$

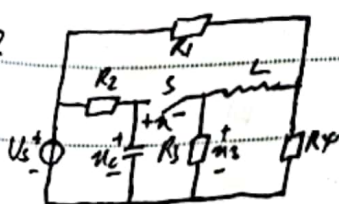
换路前 $u_C(0_-) = 30V$

换路后 $u_C(0_+) = u_C(0_-) = 30V, \tau = R_{eq}C = 20 \times 0.5 = 10$

$\therefore u_C = 50 + (30 - 50)e^{-\frac{t}{10}} = 50 - 20e^{-0.1t} \quad (t \geq 0)$

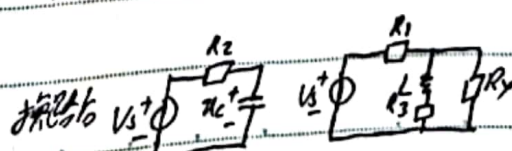
$i(t) = \frac{V_{S2} - u_C}{R_2} = \frac{30 - 50 + 20e^{-0.1t}}{60} = -\frac{1}{3}(1 - e^{-0.1t}) \quad (t \geq 0)$

例 10-9-2



$t < 0$ 时开关断开, 电路处于稳态, $V_S = 24V, R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 40\Omega$

$L = 0.3H, C = 0.25mF, t = 0$ 时开关闭合, 求 $t > 0$ 时开关两端电压 u 。



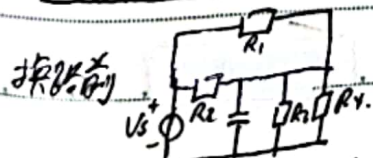
$\tau = RC = 0.01, \tau = \frac{L}{R} = \frac{0.3}{60} = 0.005$

$u_C = 24 + (12 - 24)e^{-100t} = 24 - 12e^{-100t}$

$i_L = 0.2 + (0 - 0.2)e^{-200t} = 0.2 - 0.2e^{-200t}$

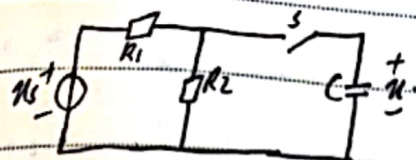
$u_3 = i_3 R_3 = 8 - 8e^{-200t}$

$u = u_C - u_3 = 16 - 12e^{-100t} + 8e^{-200t}$



换路前 $u_C(0_-) = 12V, i_3(0_-) = 0A$

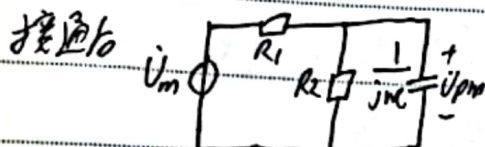
例 10.9.4



$R_1 = 30\Omega$, $R_2 = 60\Omega$, $C = 10^{-3}\text{F}$, u_s 为正弦电压源, 幅值为 90V , $\omega = 50\text{rad/s}$
 当 u_s 为正最大值时开关接通, 接通前电容电压 10V , 求接通后电压 u_c 变化规律。

$$u_s = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) = 90 \cos(50t) \quad (u_s \text{ 为正最大值时接通})$$

$$u_c(0_+) = u_c(0_-) = 10\text{V}$$



$$\dot{U}_m \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + j\omega C \right) = \frac{\dot{U}_m}{R_1}$$

$$\dot{U}_m = \frac{3}{0.05\text{CH}} = 30\sqrt{2} \angle -45^\circ$$

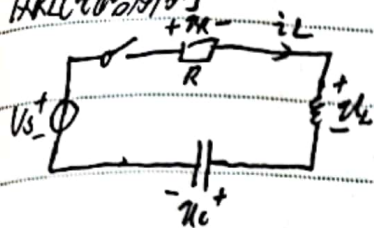
$$\therefore u_p(t) = 30\sqrt{2} \cos(50t - 45^\circ)$$

$$\therefore T = RC = R_{eq}C = 0.02\text{s}$$

$$\begin{aligned} \therefore u(t) &= 30\sqrt{2} \cos(50t - 45^\circ) + [10 - 30\sqrt{2} \cos(-45^\circ)] e^{-50t} \\ &= 30\sqrt{2} \cos(50t - 45^\circ) - 20 e^{-50t} \end{aligned}$$

10-7 = 阶电路的暂态响应

RLC电路为例



$$U_s = u_R + u_L + u_C \quad \text{其中 } u_R = iR, u_L = L \frac{di}{dt}, i = C \frac{du_C}{dt}$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{1}{LC} U_s$$

$$u_C = u_p + u_h$$

$$\text{求 } u_p: u_p = \lim_{t \rightarrow \infty} u_C(t) = u_C(\infty) = U_s$$

$$\text{求 } u_h: p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0 \quad (\text{特征方程})$$

$$p_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad p_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

$$\text{令 } \alpha = \frac{R}{2L} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$p_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \quad p_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

① 当 $\alpha > \omega_0$ 时 即 $\frac{R}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 即 $R > 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时 p_1, p_2 为两个相异的实根

$$\begin{cases} u_C = u_p + u_h = U_s + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \\ u_C(0+) = U_s + A_1 + A_2 = u_C(0+) \\ \frac{du_C}{dt} \Big|_{t=0} = A_1 p_1 + A_2 p_2 = \frac{1}{C} i_C(0+) = 0 \end{cases}$$

② 当 $\alpha < \omega_0$ 时 即 $\frac{R}{2L} < \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 即 $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时 p_1, p_2 为一对共轭复根

$$u_C = u_p + u_h = U_s + A e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \theta) \quad \alpha = \frac{R}{2L} \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

$$\begin{cases} u_C(0+) = U_s + A \sin \theta = u_C(0+) \\ \frac{du_C}{dt} \Big|_{t=0} = -\alpha A \sin \theta + A \omega_d \cos \theta = 0 \end{cases} \Rightarrow A = \frac{\omega_0}{\omega_d} (U_{C0} - U_s) \quad \theta = \arctan \frac{\omega_d}{\alpha}$$

③ 当 $\alpha = \omega_0$ 时 即 $\frac{R}{2L} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ 即 $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ 时 $p_1 = p_2 = -\alpha$

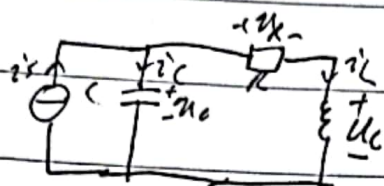
$$u_C = u_p + u_h = U_s + (A_1 + A_2 t) e^{-\alpha t}$$

$$u_C(0+) = U_s + A_1 = U_{C0}$$

$$\frac{du_C}{dt} \Big|_{t=0} = A_2 - \alpha A_1 = 0$$

$$\therefore u_C = U_s + (U_{C0} - U_s) (\frac{1}{\alpha} + t) e^{-\alpha t}$$

例: $i_s = 1A \times u(t)$ $R = 20\Omega$ $L = 5mH$ $C = 20\mu F$ 求 i_L 的表达式



$$i_c = C \frac{du_c}{dt}$$

KCL 电容元件约束方程: $i_c + i_L = C \frac{du_c}{dt} + i_L = i_s$

$$u_L = L \frac{di_L}{dt}$$

KVL 电感元件约束方程 $u_L + u_R = u_c$

$$L \frac{di_L}{dt} - u_c + R i_L = 0$$

$$\frac{di_L}{dt} + \frac{R}{L} \frac{di_L}{dt} + \frac{1}{LC} i_L = \frac{1}{LC} i_s$$

$$\frac{di_L}{dt} + 200 \frac{di_L}{dt} + 5 \times 10^5 i_L = 5 \times 10^5$$

$$\begin{cases} i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0 \\ \frac{di_L}{dt} \big|_{t=0_+} = \frac{1}{L} u_L(0_+) = \frac{1}{L} [-R i_L(0_+) + u_c(0_+)] = 0 \end{cases}$$

即特解即稳态值 $\therefore i_L = 1A$

通解 $\therefore$ 特征方程 $p^2 + 200p + 5 \times 10^5 = 0$

$$\therefore p = (-100 \pm j700)s^{-1} = -2 \pm j\omega_d$$

$$\therefore i_h = A e^{-2t} \sin(\omega_d t + \theta)$$

$$= A e^{-100t} \sin(700t + \theta)$$

$$\therefore i_L = i_p + i_h = 1 + A e^{-100t} \sin(700t + \theta)$$

$$\begin{cases} i_L(0_+) = 1 + A \sin \theta = 0 \\ \frac{di_L}{dt} \big|_{t=0_+} = -100 A \sin \theta + 700 A \cos \theta = 0 \end{cases}$$

$$\therefore A = -1.01A \quad \theta = 87.87^\circ$$

$$\therefore i_L = 1 - 1.01 e^{-100t} \sin(700t + 87.87^\circ)$$